

Kinematic Wave 理論のネットワーク拡張 Recent Studies of Network Traffic Flow Modeling

中西 功
佐津川 功

航*
季**

ネットワーク上の交通量の分布や波及を記述するためには、分岐・合流地点のような複数のリンクが接続する「ノード」における交通流の挙動を表すモデルが必要となる。従来用いられているミクロ・ノードモデルは、KW 理論との整合性保証や、ノード特性などの諸元を表すパラメータ設定の困難さなどの課題を有していた。これに対し近年、KW 理論と整合するマクロ・ノードモデルについての理論研究が進展してきている。これまでに、モデルが満たすべき条件が整理され、条件に基づいたモデル形式が複数提案されたほか、モデルが表現する交通流をノードの幾何構造や運転挙動の特性として具体的に解釈することが可能となりつつある。こうした理論の進展に伴い、ノードの特性を適切に反映するノードモデルの特定、ひいてはネットワーク上の交通状態表現の精度向上が期待されている。本稿ではマクロ・ノードモデルの現況を紹介し、その課題や今後の展望をまとめる。

キーワード マクロ・ノードモデル ネットワーク交通流 分岐・合流
Invariance principle

1. はじめに—マクロ・ノードモデル

現在のマクロ交通流理論の根幹をなす Kinematic Wave (KW) 理論は、単路部における渋滞現象の記述・理解において大きな役割を果たしている。他方、現実世界の道路はネットワークであり、単路の上流や下流には分岐地点や合流地点が存在する。そのような、複数の単路が接続する地点のことをまとめて「ノード」と呼ぶ。また、単路のことを「リンク」と呼ぶ。

現実の渋滞は、ボトルネックからリンクの上流に向かって波及するうちにノードに到達することも少なくない。すると、そのノードに接続する上流リンクへの渋滞波及を記述する方法が必要となる。この波及の記述が正しくないと、実際とは異なる渋滞がネットワーク上を伝播していくため、ネットワーク全体の交通状態は現実とおよそ合致

しないであろう。このことは、実務上も大きな課題となり得る。したがって、ネットワーク上の交通状態を表現するためには、ノード上でのリンク間の相互作用を適切に記述するモデルが必要である。リンクでの KW 理論に整合するようにノードを介したリンク間の交通量を決定するモデルを「ノードモデル」と呼び、これが本稿の主題である。

ノードにはリンクとは異なるモデルが必要であると言われれば、当たり前にも感じられるかもしれない。しかしながら、マクロ交通流理論においてノードモデルの研究が進展したのは近年のことである。現在に至るまで、ノードは車両 1 台 1 台の挙動をシミュレートするミクロモデルで処理されることが一般的であり、それらのモデルでは、リンクにおける挙動とは独立にノードにおける挙動が記述される。例えば、SATURN のような伝統的な流体モデル型のシミュレーションにおいて

* [正会員] 東京工業大学環境・社会理工学院特任助教 (TEL: 03-5734-2575, e-mail: nakanishi@plan.cv.titech.ac.jp)

** [学生会員] 東京大学大学院工学系研究科社会基盤学専攻 (TEL: 03-5452-6419, e-mail: kouki@iis.u-tokyo.ac.jp)

も、ノードにおける交通状態は「待ち行列の台数」で判断している¹⁾。ただし、このような処理方法は、
(a) リンク上の KW 理論との理論的整合性が保証されない。そのため、例えばノード上での不自然な譲り合い行動が発生する恐れがある。
(b) パラメータのキャリブレーションに労力を要する。また、そのパラメータが現実のノード構造などの諸元を反映した設定になるとは限らない。

(c) 結果的に、現実のネットワーク上の交通量の分布、特に渋滞延伸状況の再現が困難である。といった課題を抱えている。

現時点では、マクロ交通流理論がこれらの課題に対して必ずしも明快な回答を与えられるわけではない。しかしながら、課題 (a) に対しては、理論整合的なモデルが複数発見されている。また、課題 (b) に対しても、それらのモデルのノード特性（幾何構造や運転挙動）としての意味解釈が可能となりつつある²⁾。ゆえに、将来的な課題 (c) の解決に向けた、KW 理論と整合するノードモデルの構築は、まさにマクロ交通流理論の最前線と言える。以下では、複数のリンク上の交通量をノードで接続するという素直な発想を出発点に、マクロ交通流理論のネットワーク表現の現状と課題、今後の展望を可能な限り平易に紹介していきたい。

2. ノードモデルの基礎

説明のため、リンク i の流量を Q_i 、Demand/Supply をそれぞれ D_i 、 S_i と表記する。ここまでで説明されたリンク上の KW 理論は、（時間軸・リンク上）の（ある時・地点）に（初期・境界条件）を与えたもとでの解き方を説明するものであった。リンクの端部にあたるノードは、境界条件を与えるに適した地点であり、リンクに対して適切な境界条件を提示することがノードモデルの役割となる。以降、ノードに向かうリンクを上流リンク、ノードから出て行くリンクを下流リンクと呼ぶ。

2.1 ノードモデルが満たすべき条件

ノードモデルが満たすべき条件を考えるため、 D_i および S_i が定まった 3 本のリンクが手元にあるとする。そしてこれを高速道路の合流部のように上流 2 本、下流 1 本となるように接続する（図-1）。

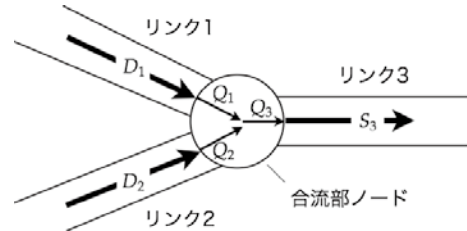


図-1 合流部におけるノードの構造

まず、ノード上で満たされるべき第一の条件は条件 1：交通量保存則（ノード流入量＝流出量）である。すなわち、ノード上に車両が溜まることはないので、上流リンクの交通量の和は、下流リンクの交通量の和と等しくならなければならない。

では、 $Q_3 = Q_1 + Q_2$ でありさえすれば交通量が好きな値を取れるかということ、そうではない。これは、各リンクの Demand/Supply の関係上、上流/下流リンクで実現する交通量に上限と下限があるためである。まず、上流リンク i から流入する交通量 Q_i を考えると、これは最大でもそのリンクの Demand D_i となる。一方、下流リンクに流出する交通量を考えると、そのリンクの Supply S_3 を超える流量 Q_3 は明らかに実現しない。このように、

条件 2-a：リンクの Demand/Supply との整合性が成立しなければならない。また、このとき、

条件 2-b：各リンクの交通量の非負条件は明らかに満たされている必要がある。

一例として、 $D_1 = 1800$ 、 $D_2 = 450$ 、 $S_3 = 1800 < D_1 + D_2 = 2250$ のもとで実現する Q_3 を考えよう。このとき、下流リンクでは Supply に対して十分な Demand が存在するため、 $Q_3 = S_3 = 1800$ が実現しそうである。これは、

条件 3：holding-free

という条件（の一例）である。この条件は、一般に各車両は目の前が空いている限りは進むという自然な要請を意味している。言い換えると、各リンクは Demand/Supply 制約下で交通量を最大化するというものである。

以上の「条件 1-3」を揃えても、上流リンクの流量は $Q_1 + Q_2 = Q_3 = S_3$ であることが決まっただけで、一意に定まっていない。したがって、

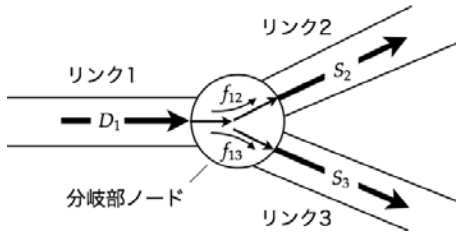


図-2 分岐部におけるノードの構造

条件★：

合流において、下流リンクのSupplyを上流リンクに割り付けるルールが必要。

となる。このルールには、ノードの幾何構造や運転挙動特性などの反映が期待される。文字通り「ノードのモデル化」にあたる部分だが、このルールの設計は一筋縄ではいかない（3章で詳述）。

次に、分岐部での交通流を考えよう。手元の3本のリンクを、図-2に示すように上流1本、下流2本となるように接続する。ここで、上流からの交通流が2本の下流リンクに進む割合（分岐率）は、ネットワーク上の経路選択の結果として外生的に与えられているはずである。このとき、各下流リンクへの流出交通量の割合も、この分岐率に従う必要がある。より具体的には、上流リンク i から j に進む割合を f_{ij} と表すと、 $Q_j = f_{ij} Q_i$ が満たされる必要がある（なお、一般的に $\sum_j f_{ij} = 1$ ）。これは、車両が上流リンクからノードに流入した順番で各下流リンクに流出するといった、

条件4：First-In-First-Out (FIFO) 条件がノード上で成立していることを意味している。

2.2 合流・分岐から交差点へ

ここまで述べてきた「条件1-4」は当然の要請ばかりであり、ノードモデルが満たすべき必要条件である。3本のリンクからなる合流ノードでは、3章で後述する追加的な条件を満たすか確認する必要があるが、合流ルールである「条件★」の設計は可能である。しかし、これを4本以上のリンクからなる交差点へと拡張した場合、合流ルールの設計自体が困難な問題となる。一見妥当そうに思われる「条件★」がholding-freeを満たしながらFIFO条件を実現するとは限らないためである。

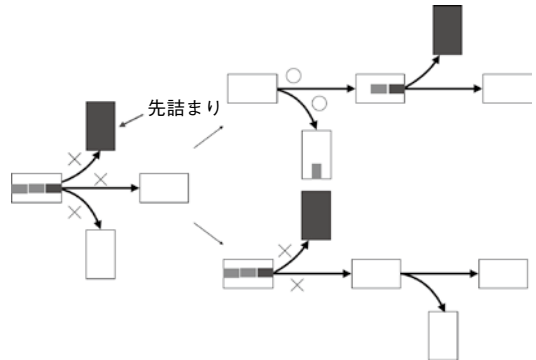


図-3 1-2分岐部の組合せによる1-3分岐の表現例

上図：（左折・直進・右折）→（直進・右折）

下図：（左折・直進・右折）→（左折・直進）

なお、このような交差点表現の困難さに対し、リンク3本からなる分岐や合流の組合せとして表現することも考えられるが、これは適切ではない。その例を図-3で見よう。いま、交差点を2通りの分岐の組合せ方で表現する（上図、下図）。そして、左折先、もしくは右折先のリンクから渋滞が延伸したケースを考えよう（図は左折先から渋滞が延伸したケース）。このとき本来の交差点では、どちらのケースであっても先詰まりが発生し、FIFO条件からどの方向に向かう車両もリンクを流出できなくなるはずである。

しかし、上図の組合せの場合、左折先のリンクから渋滞が延伸したケースでは、右折交通流は先詰まりに制約されことなくリンクを流出できてしまう（FIFO条件が満たされない）。そしてこの問題を解消するために組合せを下図のように変更した場合、今度は逆に右折先リンクから渋滞が延伸しても、左折交通流が制約されなくなるだろう。このように流れるべきでない交通流が波及すると、新たにボトルネックが顕在化し、渋滞が延伸し始めるなど、ネットワーク全体として正しくない交通状態が実現するのである。

2.3 単純な分岐・合流の例

本章の最後に、単純な分岐・合流のモデル例を概観する。まず、図-2に示した分岐部での条件は以下である。

条件1（交通量保存則）： $Q_1 = Q_2 + Q_3$

条件2（リンクのDemand/Supply制約の整合

性) : $0 \leq Q_1 \leq D_1$, $0 \leq Q_2 \leq S_2$, $0 \leq Q_3 \leq S_3$

条件 3 (holding-free)

条件 4 (FIFO 条件) :

$$Q_2 = f_{12}Q_1, \quad Q_3 = f_{13}Q_1, \quad f_{12} + f_{13} = 1$$

条件 3 と 4 を念頭に注意深く考えると、

i) 各下流リンクの Supply が十分大きく上流リンクの Demand が滞りなく流れる場合、 $Q_1 = D_1$ である。

ii) そうでない場合、各下流リンクに向かう Demand は、下流リンクの少なくとも 1 本の Supply を超えている。このとき、 $Q_1 = \min \{S_2/f_{12}, S_3/f_{13}\}$ である。

のいずれかしか実現しないことがわかる。ここから Q_2 , Q_3 も分岐率により定まる。

次に図-1 に示した合流部での条件は以下である。

条件 1 (交通量保存則) : $Q_1 + Q_2 = Q_3$

条件 2 (リンクの Demand/Supply 制約の整合性) : $0 \leq Q_1 \leq D_1$, $0 \leq Q_2 \leq D_2$, $0 \leq Q_3 \leq S_3$

条件 3 (holding-free)

条件★ (を設定すること)

いま、[条件★] の設定のために、上流リンク i から下流リンク j への合流率を p_{ij} とする。定義上、この例では $p_{13} + p_{23} = 1$ 、一般には $\sum_j p_{ij} = 1$ が成立する。この合流率を用いて、条件 3 を念頭に注意深く考えると、

i) 上流リンクの Demand の和が下流リンクの Supply を超えていない ($D_1 + D_2 \leq S_3$) 場合、 $Q_1 = D_1$, $Q_2 = D_2$ となる。

ii) そうでないとき、 $Q_3 = S_3$ となるが、ここで合流率に従って以下の 2 ケースに分かれる。

ii-1) 各上流リンクの Demand がともに割り当てられた Supply を超えている ($D_1 > p_{13}S_3$, $D_2 > p_{23}S_3$) 場合、 $Q_1 = p_{13}S_3$, $Q_2 = p_{23}S_3$ である。

ii-2) 片方の上流リンク ($i=1$) の Demand は割り当てられた Supply を超えず、もう片方 ($i=2$) は超えている場合、 $Q_1 = D_1$ が流れた上で、渋滞流のリンクからは Supply の余裕分すべてが流入する。すなわち $Q_2 = S_3 - D_1$ である。

のいずれかしか実現しないことがわかる。

合流率、あるいは [条件★] の定め方として、これまでに車線数に応じて外生的に与える方法³⁾や、Demand の比率で与える方法⁴⁾が提案されてきた。しかし、この方法次第では新たな問題が発生し得るということが 3 章の話題である。

3. 合流の条件と物理現象との整合性

前章では、各リンクの Demand/Supply が与えられたときに、ある瞬間においてリンク交通量を一意に定めるための静的な条件を考えた。しかし時間軸を考慮し交通量の時間変化を見ていくと、ある種のノードモデルは、リンク上で不自然な交通流ダイナミクスを招くことが指摘されている⁵⁾。本章では、このような問題の例を示し、それを回避するための方針を述べる。

3.1 Invariance principle

図-1 の合流部において、リンク 1, 2 の上流端から一定の Demand $D_1 = 1800$, $D_2 = 450$ が流入している状態 (状態 1) を考える。また、すべてのリンクの Supply は 1800 とする。そして、上流リンクの Demand に対して下流リンクの Supply を比例配分するノードモデル⁴⁾を用いる。

以上の設定の下、Demand/Supply を逐次代入することで各リンクの交通量の時間変化を見ていく。まず $p_{13} : p_{23} = 1800 : 450 = 4 : 1$ だから、交通量は、

$$Q_1 = p_{13}S_3 = 1440, \quad Q_2 = p_{23}S_3 = 360$$

と計算される (状態 2)。このとき上流リンクは $Q_1 < D_1$, $Q_2 < D_2$ とともに下流リンクの Supply に制約される。そのため、上流リンクのノード付近では待ち行列が延伸するはずであり、その瞬間に上流リンクの Demand は自身の最大流量、すなわち Supply まで増加するだろう。そこで、再度リンク交通量を計算すると、今度は $p_{13} : p_{23} = 1800 : 1800 = 1 : 1$ だから、 $Q_1 = Q_2 = 900$ が実現する (状態 3)。

さて、最初に気づく問題は、リンク 2 の交通量変化の不自然さである。このリンクの状態 2 → 状態 3 における交通量の変化に着目しよう。すると、「割り当てられた Supply に制約されているにも

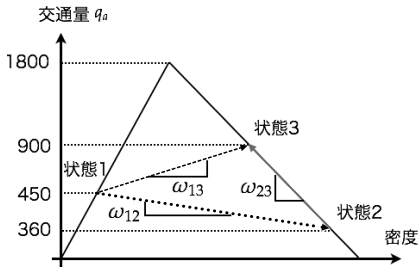


図-4 交通状態のFD上での推移

かわらず、自身の Demand の増加によってリンクから流出する交通量も増加する」という不自然な現象が発生している。

さらに、このリンク上の交通状態のダイナミクスを追っていくと、「状態1が流出できない先詰まり現象が生じたにもかかわらず、最終的に状態1の Demand の通りに交通量が流出してしまう」という、矛盾した交通状態が求まってしまうことがわかる。このことを、リンク上の衝撃波の伝播から説明する。図-4に、状態1から状態3までの推移を Fundamental Diagram で示す。また、図-5に、リンク上で交通状態がどのように波及しているかのイメージを示す。この図を見ると、

- (1)速度 ω_{12} の衝撃波が上流に伝播するため、状態2がリンク上を覆うようになる。
- (2)直後に、速度 ω_{23} の衝撃波が上流に伝播し、状態3がさらにリンク上を覆うようになる。
- (3)このとき $|\omega_{12}| < |\omega_{23}|$ であるため、微小時間後に状態2は消失する。そのため、リンク上には状態1と状態3のみが存在する。
- (4)すると、今度は衝撃波が下流に伝播するため、微小時間後には状態3は消失し、状態1だけがリンクを覆うようになる。

すなわち、いま用いている[条件★]のもとでは、最初に流入できないと判断されたはずの状態1における交通量がノードに流出するかのよう、物理的に意味のない解が求まっていることがわかる。

これは、先詰まりにある（衝撃波が上流に向かう）はずの状態2において Demand が増加した際に、状態3の発現を通しリンク下流に向かう衝撃波が生じたことが原因である。こうした問題を

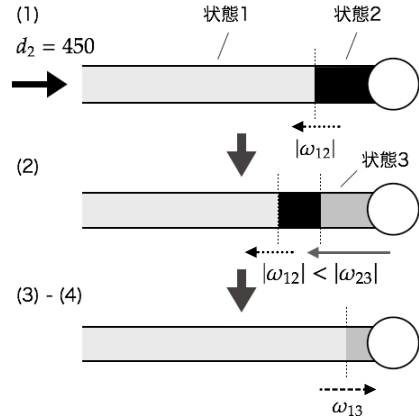


図-5 リンク2上の交通状態推移のイメージ図

回避するためには、2章で説明した[条件1-4]に加えて、モデルを解いて得られた交通量を代入したときに、得られる交通状態と生じる衝撃波の向きとが整合的であることが要請される。これが、

条件5: invariance principle
である⁵⁾。具体的には、

- i) 上流リンクの交通量が下流リンクの Supply に制約されているとき、その上流リンクの交通量は自身の Demand の増加では変化しない。
- ii) 下流リンクの交通量が自身の Supply に制約されていないとき、その下流リンクの交通量は自身の Supply の増加では変化しない。

というものである。

3.2 Supply Constrained Interaction Rule

さて、残された課題は、上流・下流リンクがそれぞれ m , n 本あるようなノードにおいて、[条件1-5]を満たす[条件★]を設定することである。この[条件★]を Supply Constrained Interaction Rule (SCIR), [条件1-5]に SCIR が組み合わされたノードモデル(群)を一般に Generic Class of first-order Node Models (GCNM) と呼ぶ⁶⁾。

GCNM を構築するときには、ある SCIR (の候補)を仮定したときに[条件1-5]が満たされることを十分条件的に確かめる方法が採用されてきた⁶⁾⁻⁸⁾。SCIR はもともと合流時の[条件★]に相当するものであり、SCIR が異なれば得られる

各リンクの交通量も異なる。すなわち、SCIRは何らかの形でノードの幾何構造や運転挙動特性を反映している（べきである）。そこで、この点について、ノードにおける方向別遅れという観点からの記述・解釈が試みられた²⁾。そして、ある（マクロ的な）SCIRと、1台1台の車が経験する（ミクロ的な）時間遅れとが、[条件1-5]を破らない範囲で結び付けられることがわかった。例えば、

*Supply*が不足する下流リンクへ進入する車は、どの上流リンクからノードに到達するかによらず、同一の遅れ時間を経験する。

という方向別遅れを仮定したとき、そこから特定のSCIRが組み上がることが明らかとなった。

ただし、方向別遅れをもとにGCNMを構成するSCIRを組み上げるときにも、やはり[条件1-5]を満足することの確認は必要である（任意に与えた方向別遅れが必ずSCIRに対応するわけではなく、現時点でSCIRは数種類しか見つかっていない）。一方で、マクロモデルというからには、理想的にはノードの特性によって（半ば）自動的に適切なSCIRを使い分けられる状況を実現したい。

したがって、目下の課題は以下の点に尽きよう。すなわち、多様なSCIRの発見を進めるとともに、それぞれのSCIRのノード特性としての意味解釈を可能としていくことである。このとき、実際のノードで発現する方向別遅れを観測し、それに対応するSCIRの構築を目指す方向性は有望であろう。なぜなら、現象が発生している以上は、対応するSCIRが存在する可能性は高いからである。

4. おわりに

本稿では、マクロ交通流理論におけるノードモデルおよびネットワーク表現の現状を述べた。概略を振り返ると、

- 1) invariance principleの提唱とともに理論的なマクロ・ノードモデルの不在が認識されるようになり、
- 2) SCIRの導入によりGCNMの要件が整理され、
- 3) GCNMをミクロ的な方向別遅れとして記述し、SCIRに意味付けがなされた。

という流れであった（注1）。そして、現時点で発見されているSCIRが常にノードでの現象を

適切に表現できるとは限らないものの、ミクロ現象の観測からSCIRを構築する方向性が拓かれつつあることを述べた。

今後、ノードで起きている現象をノード自体の特性、すなわちSCIRとしてモデル化することができれば、ノードに別途（ミクロな）モデルを用意せずともマクロ的に交通状態を記述できるようになる。シミュレーションを検討する際の理論的基準となるなど、マクロ・ノードモデルは大きな可能性を秘めていると言えよう。

脚 注

(注1) 本稿では触れられなかったが、信号交差点などノード自身に容量制約が存在する場合の研究⁹⁾も進んでいる。また、ノード直近ではリンク上のKWとは異なる交通状態(interior state)を考えるべきであるとする立場も存在する¹⁰⁾¹¹⁾。

参 考 文 献

- 1) 交通工学研究会；“やさしい交通シミュレーション”，丸善，2000
- 2) Smits, E. S., Bliemer, M. C., Pel, A. J. and van Arem, B. ; “A family of macroscopic node models”, *Transp. Res. B*, Vol. 74, pp. 20~39, 2015
- 3) Daganzo, C. F. ; “The nature of freeway gridlock and how to prevent it”, *Proc. of 13th ISTTT*, pp. 629~646, 1996
- 4) Jin, W. L. and Zhang, H. M. ; “On the distribution schemes for determining flows through a merge”, *Transp. Res. B*, Vol. 37, No. 6, pp. 521~540, 2003
- 5) Lebacque, J. P. and Khoshyaran, M. M. ; “First-order macroscopic traffic flow models : Intersection modeling, network modeling”, *Proc. of 16th ISTTT*, pp. 365~386, 2005
- 6) Tampère, C. M., Corthout, R., Cattrysse, D. and Immers, L. H. ; “A generic class of first order node models for dynamic macroscopic simulation of traffic flows”, *Transp. Res. B*, Vol. 45, No. 1, pp. 289~309, 2011
- 7) Flötteröd, G. and Rhode, J. ; “Operational macroscopic modeling of complex urban road intersections”, *Transp. Res. B*, Vol. 45, No. 6, pp. 903~922, 2011
- 8) Gibb, J. ; “Model of traffic flow capacity constraint through nodes for dynamic network loading with queue spillback”, *Transp. Research Record*, Vol. 2263, No. 1, pp. 113~122, 2011
- 9) Corthout, R., Flötteröd, G., Viti, F. and Tampère, C. M. ; “Non-unique flows in macroscopic first-order intersection models”, *Transp. Res. B*, Vol. 46, No. 3, pp. 343~359, 2012
- 10) Jin, W. L. ; “A kinematic wave theory of multi-commodity network traffic flow”, *Transp. Res. B*, Vol. 46, No. 8, pp. 1000~1022, 2012
- 11) Jin, W. L. ; “A Riemann solver for a system of hyperbolic conservation laws at a general road junction”, *Transp. Res. B*, Vol. 98, pp. 21~41, 2017