

ミクロな追従モデルとしての KW モデル Kinematic Wave Model is a Car-following Model

瀬 尾

亨*

交通流モデルは一般に、交通流を圧縮性流体とみなして巨視的な挙動を記述するマクロモデルと、個々の車両の運動を記述するミクロモデルに大別できるだろう。KW モデルは前者の典型と言われることが多い。もちろん、これは正しい解釈である。一方で同時に、異なる解釈、例えばミクロ追従モデルやセルオートマトンとしての解釈も可能である。言い換えると、交通流をモデル化するさまざまなアプローチが KW モデルの枠組み内で統一的に整理でき、互いに等価であることが言える。これは単に理論的に重要かつおもしろいだけでなく、実際上の問題を解く際にも役に立ち得る。例えば、モデル化のアプローチはそれぞれ異なる長所と短所を持っているので、問題に応じて適切なアプローチを選択できる。それぞれのアプローチの特徴を活かした KW モデルの拡張もなされている。

キーワード 流体近似モデル 追従モデル オイラー座標系 ラグランジュ座標系

1. 交通流の表現法

オリジナルの KW モデルは、交通流を「ある時刻 t までにある位置 x を通過した累積台数 $N(t, x)$ 」という概念を使って表現し、その時間・空間変動を記述していた。 N は、路側に固定された車両感知器により交通量を計測する道路・交通管理者の視点からはわかりやすい表現法と言える。一方、個別の車両・運転者の視点からよりわかりやすい概念は「ある時刻 t におけるある車両 n の位置 $X(t, n)$ 」や「ある車両 n がある位置 x に到達したときの時刻 $T(n, x)$ 」であろう。実際、追越しがない場合、同じ交通流を「すべての時刻・位置についての N の値」、「すべての時刻・車両についての X の値」、「すべての車両・位置についての T の値」のいずれを使っても表現できる。すなわち、時間-空間座標系をとったときに交通流を表す状態量が N 、時間-車両座標系をとったときは X 、車両-空間座標系をとったときは T と

なる (図-1)。これは、累積台数が時間-車両-空間の 3 次元領域において曲面を描くことを利用し、視覚的にも説明できる (口絵 1p 下段参照)。同じ累積台数曲面の上方向の高さを測れば N 、左奥-右手前方法の高さを測れば X 、右奥-左手前方向の高さを測れば T となる。なお、流体力学とのアナロジーから、時間・空間に対して固定されている N の座標系はオイラー型、流体の粒子に対して固定されている $X \cdot T$ はラグランジュ型とも呼ばれる。

X の車両・時間変動や、 T の車両・空間変動を記述することで、 N に基づく KW モデルと等価な交通現象を表現できることが知られている¹²⁾ (以降では、 N に基づく KW モデルを「 N モデル」、 X に基づくそれを「 X モデル」、 T に基づくそれを「 T モデル」と呼ぶ)。ここで、「 X の時間変動を記述する」とは、ある車両の位置が時間とともに変化する様子を記述することを意味する。すなわち、 X モデルはミクロ交通流モデル

* [正会員] 東京工業大学環境・社会理工学院研究員 (TEL: 03-5734-2575, e-mail: tseo@plan.cv.titech.ac.jp)

にほかならない。T モデルも同様である。これらのモデルは、流体近似に頼らずに車両の運動挙動を直接記述しているので、極めて直感的なモデルとなっている。

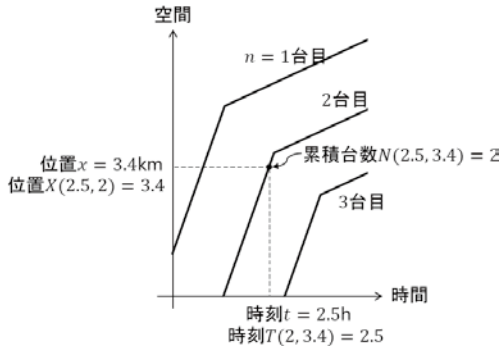


図-1 時間、車両、空間、 T 、 N 、 X の関係

2. KW モデルと等価なミクロモデル

さて、一般の X モデルは以下のように定式化される。

$$\frac{\partial X(t, n)}{\partial t} = V \left(- \frac{\partial X(t, n)}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (1)$$

N モデルの式の変数・関数を入れ替えた形となっているのがわかる。ここで、 $\partial X(t, n)/\partial t$ は単位時間あたりの車両位置の変化量、すなわち速度であり、 $-\partial X(t, n)/\partial n$ は単位車両台数あたりの車両位置の変化量、すなわち車頭距離に相当する（注1）。なお、 X の値は大きいほど下流、 n は小さいほど先行する車両を意味する。関数 V は X モデルのFDであり、車頭距離-速度関係である。 X モデルは、 N モデルから簡単な式変形により導出でき、 N モデルと厳密に等価である¹⁾³⁾⁴⁾。

また、 T モデルは以下のように定式化される。

$$\frac{\partial T(n, x)}{\partial n} = H \left(\frac{\partial T(n, x)}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\partial T(n, x)/\partial n$ は車頭時間、 $\partial T(n, x)/\partial x$ は速度の逆数、 H は車頭時間-速度の逆数の関係を意味するFDである。

X モデルの具体例を見てみよう。いわゆる三角形の流率-密度関係 Q （図-2上）を持つ N モデ

ルを考える。車頭距離は密度の逆数、速度は流率を密度で割ったものであることに注意すると、この N モデルは図-2下のような V を持つ X モデルへと変換できる。このとき、式（1）は VT を応用して下式により計算できる¹⁾。

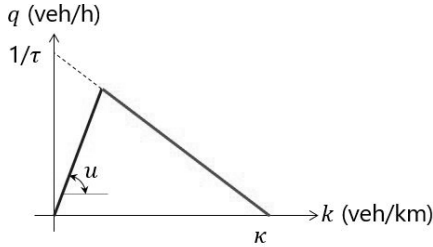
$$X(t, n) = \min \left\{ \begin{array}{l} X(t - \tau, n) + u\tau, \\ X(t - \tau, n - 1) - 1/\kappa \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

これは車両 $n-1$ の全軌跡 ($X(t, n-1)$) とそれを追従する車両 n の初期位置 ($X(0, n)$) が与えられたときに車両 n の軌跡を求める問題となっており、Newell の単純追従モデルとして知られる⁵⁾。

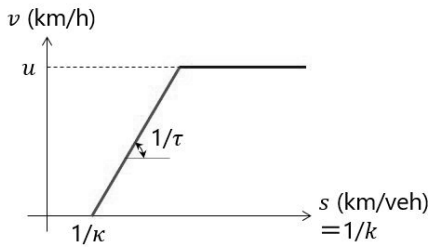
さて、式(3)の意味を読み解いてみよう。まず、ある時刻 t の車両位置 $X(t, n)$ は、その τ 時間だけ前の交通状態、すなわち $X(t - \tau, n)$ と $X(t - \tau, n - 1)$ に基づいて決まることがわかる。よって、 τ は反応時間に相当すると解釈できる。 $\min$ 内の第1項は、車両 n が、 τ 時間前の位置から希望走行速度 u で移動した位置を示す。一方の第2項は、車両 n の先行車両の τ 時間前の位置よりも最小車頭距離 $1/\kappa$ だけ後ろの位置を示す。 $\min$ によりこれら二項の最小値を取る、すなわち先行車両からより遠い位置へ移動するということは、車両は可能であれば希望走行速度で走るが、希望走行速度で走ると先行車両との安全間隔が確保できなくなる場合には安全間隔を維持する低速度で走ることを意味している。ミクロ交通流モデルにおける車両・運転者の行動原理として自然と言えよう。また、 X モデルのFDも追従モデルにおける車頭距離-速度関係として自然である。すなわち、車頭距離が十分に大きければ希望走行速度 u で走行し、車間が詰まってくると減速することを表現している。なお、普通の追従モデルと大きく異なる点は、車両は瞬間的に（無限大の加速度で）速度を変え得ると仮定されている点である。これは元々のKWモデルと同様である。

以上の X モデルに従う車両軌跡の例を図-3に図示する。本図は、車両 n が $n-1$ の後方を走行しており、最初は自由走行だが途中で渋滞に巻き込まれ減速している状況を表している。このとき、

式 (3) をうまく解釈すると、車両はある瞬間に先行車両との間に $\tau \times 1/\kappa$ の大きさの「長方形」を確保するように移動することがわかる。この「長方形」が前述した最小安全間隔を規定している。



流率-密度関係としてのFD: $Q(k)$



車頭距離-速度関係としてのFD: $V(s)$

図-2 N モデルと X モデルそれぞれの FD

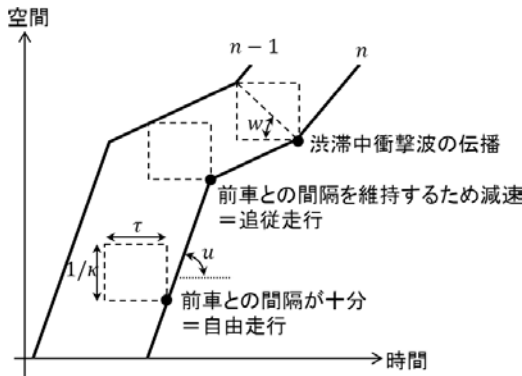


図-3 追従モデルとしての KW モデル

もう一つの具体例として、セルオートマトン (CA) としての交通流モデルがある。N, X, T モデルの計算の際の離散化幅をうまく設定すると、計算結果を整数に限定できる。このときの計算方法は CA⁶⁾ となり、取り扱いが極めて直感的・効率的になる。そのセル状態遷移ルールは、「車両は先行車両との (τ と κ で規定される) 安全間隔を確保できる最大の速度で前進する」と解釈でき、

合理的と言える。実は、この CA は物理学・複雑系の分野で KW モデルとは独立に考案された Nagel-Schreckenberg モデル⁷⁾ の特殊ケース（あるいは、初等 CA 規則 184 の一般化）と位置付けられる。

3. 等価性の利点

KW モデルとミクロモデルとの等価性はさまざまな理由から好ましい性質である。まず、KW モデルがミクロの基礎付けのある物理的に合理的なモデルであることが言える。すなわち、基礎としているミクロモデルと矛盾する挙動が生じないことが保証され、交通流として非合理的な挙動が生じにくい（注2）。また、モデルパラメータの解釈も容易になる。例えば、巨視的な交通容量の値が運転者の反応時間、車両の大きさ、希望走行速度などのミクロなモデルパラメータから説明できる。これは交通管理上も有用と言えるだろう。さらに、交通シミュレーションのツールとして、再現したい対象の粒度に合わせてモデルとその分解能を柔軟に選択できることも利点である。

KW モデルの活用の幅も広がる。ネットワーク上の動的交通量配分の際に X モデルを用いて個々の車両の OD と経路選択を考慮した例⁸⁾ や、交通状態推定の際に GPS プローブカーなどによって得た個々の車両軌跡データを活用する例⁹⁾⁻¹¹⁾ などがある。

この等価性は KW モデルの拡張の土台としても用いられる。例えば、車両間の異質性をモデル化するため、X モデルにおける異質性を車両 n 固有の車頭距離-速度関係 $V(s, n)$ として表現し、式 (1) を、

$$\frac{\partial X(t, n)}{\partial t} = V \left(- \frac{\partial X(t, n)}{\partial n}, n \right) \dots\dots\dots (4)$$

と拡張した多クラス交通流モデル¹²⁾ が提案されている。また、従来の KW モデルでは簡略化のため車両は瞬間的に速度を変更できると仮定されており、有限の加速度が原因として生じる問題を表現できていなかった。その一例として、車線変更・オンランプで低速車両が高速交通流に合流し

たときの交通流の効率低下があるが、これを「KWモデルに従う大多数の車両」と「有限加速度のミクロ追従モデルに従う少数の車両」を組み合わせたハイブリッドなモデルにより表現する例¹³⁾¹⁴⁾がある。さらに積極的な展開として、Xモデルの拡張によりKWモデルの簡潔さをある程度引き継ぎつつ有限加速度を表現するモデル¹⁵⁾や、「渋滞中では追従挙動が変化する」という仮定をXモデルのFDに組み込み、サグのような単路部での渋滞時容量低下現象を表現するモデル¹⁶⁾も提案されている。

4. おわりに

本稿では、KWモデルの枠組みの中で、さまざまな交通流モデルを表現できることを紹介した。KWモデルは、マクロモデルとして取扱いが容易であると同時に、ミクロ的基礎付けを持った合理的なモデルであると言える。今後の展開としては、理論面では異質性・加速度・多車線を考慮したモデルのさらなる精緻化が期待される。より実際的な問題としては、近年利用可能性が急速に高まっている画像解析データやプローブデータといった本質的なミクロな情報を、マクロ-ミクロ等価性にに基づきいかに活用するかが課題となるだろう。これは理論の実証とも密接に関係しているテーマであり、非常に重要と考えられる。

脚 注

(注1)厳密には、 n は整数に限らず連続的な実数値をとる。本稿では議論を単純にするため、 n が整数値をとった場合のみを考慮する。

(注2)有限の加速度を考慮するマクロ交通流モデル(高次モデルと呼ばれる)として、一般の流体力学の概念を援用した上でミクロな追従モデルを近似するものが存在する。しかし、その代表例Payne-Whithamモデルは、追従モデルとは等価ではないために不合理な挙動(例：負の速度)を示し得る¹⁷⁾。一方で、一般のミクロ追従モデルを積み上げてマクロな交通流の挙動を合理的に再現することも難しい。例えば、交通流の不安定性などにより車両同士が容易に衝突するため、さまざまな例外処理が必要となり、モデルの解析が極めて困難になる場合がある。すなわち、一般の追従モデルと等価かつ扱いやすいマクロ交通流モデルの構築は難しい。KWモデルはその顕著な例外と言えるだろう。なお、近年、新たな高次モデルとして有限加速度の追従モデルと等価かつKWモデルの一般化であるもの¹⁸⁾も提案されており、今後の展開が期待される。

参 考 文 献

- 1) Daganzo, C. F. ; "On the Variational Theory of Traffic Flow : Well-Posedness, Duality and Applications", Networks and Heterogeneous Media, Vol. 1, No. 4, pp. 601~619, 2006a
- 2) Laval, J. A. and Leclercq, L. ; "The Hamilton-Jacobi Partial Differential Equation and the Three Representations of Traffic Flow", Transp. Res. B, Vol. 52, pp. 17~30, 2013
- 3) Leclercq, L., Laval, J. A. and Chevallier, E. ; "The Lagrangian Coordinates and What It Means for First Order Traffic Flow Models", Proc. of ISTTT 2007, pp. 735~753, Elsevier, 2007
- 4) Daganzo, C. F. ; "Singularities in Kinematic Wave Theory : Solution Properties, Extended Methods and Duality Revisited", Transp. Res. B, Vol. 69, pp. 50~59, 2014
- 5) Newell, G. F. ; "A Simplified Car-following Theory : A Lower Order Model", Transp. Res. B, Vol. 36, No. 3, pp. 195~205, 2002
- 6) Daganzo, C. F. ; "In Traffic Flow, Cellular Automata = Kinematic Waves", Transp. Res. B, Vol. 40, No. 5, pp. 396~403, 2006b
- 7) Nagel, K. and Schreckenberg, M. ; "A Cellular Automaton Model for Freeway Traffic", Journal de Physique I, Vol. 2, No. 12, pp. 2221~2229, 1992
- 8) 井料隆雅 ; "動的なネットワーク交通流理論のいま", 交通工学, Vol. 47, No. 2, pp. 21~26, 2012
- 9) Mehran, B. and Kuwahara, M. ; "プローブ、車両通過時刻、信号制御データの融合による一般街路上の車両軌跡推定", 交通工学, Vol. 46, No. 1, pp. 77~89, 2011
- 10) Yuan, Y., et al. ; "Real-time Lagrangian Traffic State Estimator for Freeways", IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Vol. 13, No. 1, pp. 59~70, 2012
- 11) Seo, T., et al. ; "Traffic State Estimation on Highway : A Comprehensive Survey", Annual Reviews in Control, Vol. 43, pp. 128~151, 2017
- 12) Leclercq, L. and Laval, J. A. ; "A Multiclass Car-following Rule Based on the LWR Model", Proc. of Traffic and Granular Flow '07, Springer, pp. 151~160, 2009
- 13) Laval, J. A. and Daganzo, C. F. ; "Lane-changing in Traffic Streams", Transp. Res. B, Vol. 40, No. 3, pp. 251~264, 2006
- 14) Leclercq, L., et al. ; "Capacity Drops at Merges : An Endogenous Model", Transp. Res. B, Vol. 45, No. 9, pp. 1302~1313, 2011
- 15) Laval, J. A., Toth, C. S. and Zhou, Y. ; "A Parsimonious Model for the Formation of Oscillations in Car-following Models", Transp. Res. B, Vol. 70, pp. 228~238, 2014
- 16) Yuan, K., Knoop, V. L. and Hoogendoorn, S. P. ; "A Kinematic Wave Model in Lagrangian Coordinates Incorporating Capacity Drop : Application to Homogeneous Road Stretches and Discontinuities", Physica A, Vol. 465, pp. 472~485, 2017
- 17) Daganzo, C. F. ; "Requiem for Second-order Fluid Approximations of Traffic Flow", Transp. Res. B, Vol. 29, No. 4, pp. 277~286, 1995
- 18) Aw, A. and Rascle, M. ; "Resurrection of 'Second Order' Models of Traffic Flow", SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 60, No. 3, pp. 916~938, 2000