令和6年度

筑波大学大学院
システム情報工学研究群
社会工学学位プログラム
サービス工学学位プログラム
博士前期課程(一般入学試験 1-2月期)

試験問題 専門科目

令和6年1月25日

筑波大学大学院 システム情報工学研究群 社会工学学位プログラム サービス工学学位プログラム 令和6年度入学試験 学力検査問題 令和6年1月25日実施

専門科目

- (1) この冊子には下表に示す3つの出題分野の問題が含まれています。社会工学学位プログラムの受験者はその中から1つの出題分野を選択して解答しなさい。サービス工学学位プログラムの受験者は数学の問題に解答しなさい。
- (2) 各答案用紙の上部に、必ず受験番号を記入しなさい。
- (3) 解答の初めに、必ず<u>出題分野と問題番号</u>(例えば、数学 I.) を示しなさい. 問題ごとに 別の答案用紙に解答しなさい.

出題分野		
数学		
ミクロ経済学		
都市・地域計画		

University of Tsukuba Graduate School of Science and Technology Degree Programs in Systems and Information Engineering Policy and Planning Sciences / Service Engineering ENTRANCE EXAMINATION January 25, 2024

Major Subjects

- (1) This package contains problems from the 3 subject areas shown in the following table.

 Applicants for the Master's Program in Policy and Planning Sciences should choose one subject area to answer. Applicants for the Master's Program in Service Engineering should answer the problems in Mathematics.
- (2) Write your application number on the top of each answer sheet.
- (3) Write the subject area and the problem number (e.g., Mathematics I.) on the top of your answer. Use a separate answer sheet for each problem.

Subject Areas		
Mathematics		
Microeconomics		
Urban and Regional Planning		

数学

問題 I と II の両方に答えよ. 問題ごとに別々の答案用紙を使用せよ. 以下では, 実数全体の集合を ℝ とする.

I. 次の 3×3 の実対称行列Aを考える.

また、線形写像 $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ を f(x)=Ax と定義する.ここで、 $x\in\mathbb{R}^3$ は 3 次元列ベクトルである.

以下の問(1)-(5)に答えよ.

(1) f の合成写像 g を次のように与える.

$$g(\mathbf{x}) = f \circ f(\mathbf{x}) = f(f(\mathbf{x})).$$

この合成写像は g(x) = Bx と表すことができる. 行列 B を行列 A を用いて表せ.

(2) 以下の v_1, v_2, v_3 は行列Aの固有ベクトルである.

$$m{v}_1 = egin{pmatrix} -1 \ 0 \ 1 \end{pmatrix}, \quad m{v}_2 = egin{pmatrix} 1 \ 1 \ 1 \end{pmatrix}, \quad m{v}_3 = egin{pmatrix} 1 \ -2 \ 1 \end{pmatrix}.$$

各ベクトルに対応する固有値をそれぞれ答えよ.

(3) 行列 P を (2) の v_1, v_2, v_3 を用いて次のように定義する.

$$P = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

この行列の逆行列 P^{-1} は、ある行列 X を用いて $P^{-1}=X$ tP と表わされる.行列 X を求めよ.ただし、 tP は P の転置行列である.

(4) 実数パラメータa,b,cを用いて、ベクトルxが $x = av_1 + bv_2 + cv_3$ と表されるとき、

$$Ax = PY \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

を満たす行列 Y を求めよ. ただし、 v_1, v_2, v_3 および P は (2)-(3) で用いたベクトルおよび行列である.

- (5) f を 5 回合成した写像 $h(x) = f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = f(f(f(f(f(x))))))$ は、(3) の行列 P を用いて $h(x) = (PZ^{t}P)x$ と表すことができる。行列 Z を求めよ。
- II. 以下の問(1)及び(2)に答えよ.
 - (1) 実数関数 $f(x) = \exp\left(x^2/2\right)$ $(x \in \mathbb{R})$ とする. $f^{(n)}(x)$ (n = 1, 2, ...) は f(x) の n 階 導関数である. ただし, $f^{(0)}(x) = f(x)$ とする. 以下の問いに答えよ.
 - (a) 次式を示せ.

i)
$$f^{(1)}(x) = xf(x)$$
, ii) $f^{(2)}(x) = xf^{(1)}(x) + f(x)$.

(b) 任意の自然数nについて、次式を示せ.

$$f^{(n+1)}(x) = xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x).$$

(c) 次の値を求めよ.

$$i) f^{(2023)}(0), \qquad ii) f^{(2024)}(0).$$

(d) 次の極限を求めよ.

$$i) \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 1 - x^2/2}{x^4}, \qquad ii) \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 1 - x^2/2 - x^4/8}{x^6}.$$

(2) 実数関数 g(x) は以下のように定義される.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} \exp\left(-\frac{1}{2}(\ln x)^2\right) & (x > 0), \\ 0 & (x \le 0). \end{cases}$$

以下の問いに答えよ. ただし, $\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-x^2/2\right) dx = \sqrt{2\pi}$ を証明なしで使ってもよい.

- (a) $\int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx$ を求めよ.
- (b) $\int_{-\infty}^{\infty} xg(x)dx$ を求めよ.
- (c) $\int_{-\infty}^{\infty} x^n g(x) dx$ を求めよ. ただし, n は自然数である.

Mathematics

Answer both problems I and II. Use a separate answer sheet for each problem. In what follows, let \mathbb{R} denote the set of all real numbers.

I. Consider the following 3×3 real symmetric matrix A.

We also define a linear mapping $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ as $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, where $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ is a 3-dimensional column real vector.

Answer the following questions (1)–(5).

(1) Let g be the composition of the mapping f given by

$$g(\boldsymbol{x}) = f \circ f(\boldsymbol{x}) = f(f(\boldsymbol{x})).$$

This composite mapping is represented as $g(\mathbf{x}) = B\mathbf{x}$. Express the matrix B using the matrix A.

(2) The following vectors v_1, v_2 , and v_3 are the eigenvectors of the matrix A.

$$m{v}_1 = egin{pmatrix} -1 \ 0 \ 1 \end{pmatrix}, \quad m{v}_2 = egin{pmatrix} 1 \ 1 \ 1 \end{pmatrix}, \quad m{v}_3 = egin{pmatrix} 1 \ -2 \ 1 \end{pmatrix}.$$

Find the eigenvalue for each vector.

(3) Let P be the matrix defined by

$$P = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

where v_1, v_2 , and v_3 are the vectors introduced in (2). The inverse P^{-1} of this matrix is expressed as $P^{-1} = X \, {}^{t}P$, where X is a matrix. Find the matrix X. Here, ${}^{t}P$ denotes the transpose matrix of P.

(4) With real parameters a, b, and c, let the vector \mathbf{x} be expressed as $\mathbf{x} = a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2 + c\mathbf{v}_3$. Find the matrix Y satisfying the following equation.

$$Ax = PY \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

Here, v_1, v_2, v_3 , and P are the vectors and the matrix introduced in (2) and (3).

- (5) The 5 times repeated composition of f, $h(\mathbf{x}) = f \circ f \circ f \circ f \circ f(\mathbf{x}) = f(f(f(f(f(\mathbf{x})))))$, is expressed as $h(\mathbf{x}) = (PZ \ ^tP)\mathbf{x}$ using the matrix P introduced in (3). Find the matrix Z.
- II. Answer the following questions (1) and (2).
 - (1) Let $f(x) = \exp(x^2/2)$ $(x \in \mathbb{R})$. We denote by $f^{(n)}(x)$ (n = 1, 2, ...) the *n*-th derivative of f(x). Here, $f^{(0)}(x) = f(x)$. Answer the following subquestions.
 - (a) Prove the following formulas.

i)
$$f^{(1)}(x) = xf(x)$$
, ii) $f^{(2)}(x) = xf^{(1)}(x) + f(x)$.

(b) Prove

$$f^{(n+1)}(x) = x f^{(n)}(x) + n f^{(n-1)}(x),$$

for any natural number n.

(c) Find the following values.

$$i) f^{(2023)}(0), \qquad ii) f^{(2024)}(0).$$

(d) Find the following limits.

i)
$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 1 - x^2/2}{x^4}$$
, ii) $\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 1 - x^2/2 - x^4/8}{x^6}$.

(2) A real function g(x) is defined as follows.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} \exp\left(-\frac{1}{2}(\ln x)^2\right) & (x > 0), \\ 0 & (x \le 0). \end{cases}$$

Answer the following subquestions. Here, $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2/2) dx = \sqrt{2\pi}$ can be used without proof.

- (a) Find the value of $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx$.
- (b) Find the value of $\int_{-\infty}^{\infty} xg(x)dx$.
- (c) Find the value of $\int_{-\infty}^{\infty} x^n g(x) dx$, where n is a natural number.

ミクロ経済学

問題IとIIの両方に答えよ. 問題ごとに別々の答案用紙を使用せよ.

I. 以下の消費者に関する問題 [A] および企業に関する問題 [B] について答えよ.

[A]

ある人が予算制約のもとで効用を最大化するように財 X と財 Y の組み合わせを選ぶとする. その消費者の効用関数は

$$U = 5XY^{\frac{1}{2}} + 20$$

で与えられる. また, 財 X の価格は 1, 財 Y の価格は 3 である. 以下の問 (1) と (2) に答えよ.

- (1) 貨幣所得をMとするとき、各財の需要量を求めよ.
- (2) 貨幣所得が100である場合、この消費者にとっての貨幣の限界効用を求めよ.

[B]

市場にはn個の企業が存在し、製品差別化が可能である財を販売している。企業jが生産する財に対する需要関数は

$$D_{j} = \frac{80}{n} + \frac{\sum_{i \neq j} P_{i}}{n - 1} - P_{j}$$

で与えられる。このとき D_j は企業 j の財に対する需要量、 P_j は企業 j の財の価格で、 $j=1,\cdots,n$ とする。また、企業 j の費用関数は

$$C_j = 2X_j + 25$$

で与えられる。このとき C_j は企業 j の総費用, X_j は企業 j の生産量である。各企業は他企業の財の価格を所与として、利潤最大化するように価格を決定するとする。以下の問 (1) と (2) に答えよ。

- (1) 市場全体には2企業のみが存在する場合, 短期均衡における各企業の生産量および財の価格を求めよ.
- (2) 長期均衡における企業数、各企業の生産量および財の価格を求めよ.

II. 以下の利得表は、囚人のジレンマ・ゲームを表しているとする. ただし、 s_1 と s_2 はプレ イヤー $1(P_1)$ とプレイヤー $2(P_2)$ の戦略を表している. また,表中の利得の組において は、1つ目の記号が P_1 の利得を、2つ目の記号が P_2 の利得を表している。このゲームを 以下ではGと呼ぶ.以下の問(1)-(8)に答えよ.

$P_1 \setminus P_2$	s_1	s_2
s_1	(a,a)	(0, b)
s_2	(b, 0)	(c,c)

- (1) 利得 a,b,c が満たす条件として適切なものを以下の (A)–(D) から一つ選べ. 以降の 設問では,ここで選んだ条件を G は満たすと仮定する.

 - (A) a > b > 0 > c (B) a > 0 かつ b > c
 - (C) 0 > a かつ c > b (D) 0 > c > a > b
- (2) G におけるナッシュ均衡を指摘し、それが G の唯一のナッシュ均衡であることを証 明せよ.
- (3) 一般に、繰り返しゲームにおける戦略とは何か説明せよ.
- (4) 一般に、繰り返しゲームにおいてトリガー戦略とはどのような戦略か説明せよ.
- (5) 一般に、繰り返しゲームにおいてしっぺ返し戦略とはどのような戦略か説明せよ.
- (6) G を 2 回繰り返すゲーム G^2 について考える. ただし、割引因子 δ は $0 < \delta < 1$ を満 たすとする. 以下の (A)-(D) から正しい文章を一つ選び, 理由を説明せよ.
 - (A) $\delta \geq \frac{1}{a-c}$ の時に、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^2 における ナッシュ均衡である.
 - (B) $\delta \geq \frac{c}{a}$ の時に、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^2 における ナッシュ均衡である.
 - (C) $\delta \geq \frac{a}{c}$ の時に、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^2 における ナッシュ均衡である.
 - (D) 任意の δ に対して、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^2 におけ るナッシュ均衡ではない.

- (7) G を 3 回繰り返すゲーム G^3 について考える. ただし、割引因子 δ は $0<\delta<1$ を満たすとする. 以下の (A)–(D) から正しい文章を一つ選び、理由を説明せよ.
 - (A) $\delta \geq \frac{1}{a-c}$ の時に,しっぺ返し戦略を出し合う戦略プロファイルは G^3 におけるナッシュ均衡である.
 - (B) $\delta \geq \frac{c}{a}$ の時に、しっぺ返し戦略を出し合う戦略プロファイルは G^3 におけるナッシュ均衡である.
 - (C) $\delta \geq \frac{a}{c}$ の時に、しっぺ返し戦略を出し合う戦略プロファイルは G^3 におけるナッシュ均衡である.
 - (D) 任意の δ に対して,しっぺ返し戦略を出し合う戦略プロファイルは G^3 におけるナッシュ均衡ではない.
- (8) G を無限回繰り返すゲーム G^{∞} について考える. ただし、割引因子 δ は $0<\delta<1$ を満たすとする. 以下の (A)–(D) から正しい文章を一つ選び、理由を説明せよ.
 - (A) $\delta \geq \frac{1}{a-c}$ の時に、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^{∞} におけるナッシュ均衡である.
 - (B) $\delta \geq \frac{c}{a}$ の時に,トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^{∞} におけるナッシュ均衡である.
 - (C) $\delta \geq \frac{a}{c}$ の時に,トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^{∞} におけるナッシュ均衡である.
 - (D) 任意の δ に対して、トリガー戦略を出し合う戦略プロファイルは G^{∞} におけるナッシュ均衡ではない.

Microeconomics

Answer both problems I and II. Use a separate answer sheet for each problem.

I. Answer the following questions about a consumer's issue [A] and questions about firms' issue [B].

[A]

An individual chooses the consumption bundles of good X and good Y to maximize his/her utility under his/her budget constraint. The consumer's utility function is

$$U = 5XY^{\frac{1}{2}} + 20.$$

The price of good X is 1, and the price of good Y is 3. Answer the following subquestions (1) and (2).

- (1) Suppose that monetary income of the individual is M. Answer the quantity demanded for each good.
- (2) Suppose that monetary income of the individual is 100. What is the marginal utility with respect to money?

[B]

There exist n firms in the market where firms sell differentiated products. The demand function for good that firm j produces is given by

$$D_{j} = \frac{80}{n} + \frac{\sum_{i \neq j} P_{i}}{n - 1} - P_{j},$$

where D_j is the demand for the good that firm j produces, and P_j is the price of good that firm j produces, for $j = 1, \dots, n$. The cost function of firm j is given by

$$C_i = 2X_i + 25,$$

where C_j is the total cost of firm j, and X_j is quantity of good firm j produces. Each firm chooses its price to maximize its profit given the prices of goods other firms produce. Answer the following subquestions (1) and (2).

- (1) Suppose that there are only two firms in the market. What are quantity and price of each firm's good in the short-run equilibrium?
- (2) What are the number of firms, quantity and price of each firm's good in the long-run equilibrium?

II. Suppose that the following table represents a Prisoner's dilemma game, where s_1 and s_2 are strategies of players 1 (P_1) and 2 (P_2) . For each payoff vector in the table, the first and second coordinates represent P_1 's and P_2 's payoff, respectively. In the subsequent part, we call the game G. Answer the following subquestions (1)–(8).

$$\begin{array}{c|cccc}
P_1 \setminus P_2 & s_1 & s_2 \\
\hline
s_1 & (a,a) & (0,b) \\
\hline
s_2 & (b,0) & (c,c)
\end{array}$$

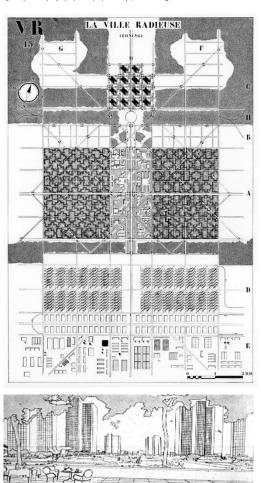
- (1) Choose an alternative from (A)–(D) that represents a suitable condition on payoffs a, b, c. In the subsequent part, we assume that G satisfies the condition you choose here.
 - (A) a > b > 0 > c
- (B) a > 0 and b > c
- (C) 0 > a and c > b (D) 0 > c > a > b
- (2) Point out a Nash equilibrium of G. Moreover, prove that it is the unique Nash equilibrium of G.
- (3) In general, explain a strategy of a repeated game.
- (4) In general, explain the grim-trigger strategy in a repeated game.
- (5) In general, explain the tit-for-tat strategy in a repeated game.
- (6) Let G^2 be a repeated game in which G is repeated twice. Assume that the discount factor δ satisfies $0 < \delta < 1$. Choose a correct alternative from (A)–(D). Moreover, provide an explanation why it is correct.
 - (A) When $\delta \geq \frac{1}{a-c}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^2 .
 - (B) When $\delta \geq \frac{c}{a}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^2 .
 - (C) When $\delta \geq \frac{a}{c}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^2 .
 - (D) For any δ , the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is not a Nash equilibrium of G^2 .

- (7) Let G^3 be a repeated game in which G is repeated three times. Assume that the discount factor δ satisfies $0 < \delta < 1$. Choose a correct alternative from (A)–(D). Moreover, provide an explanation why it is correct.
 - (A) When $\delta \geq \frac{1}{a-c}$, the strategy profile in which both players play the tit-for-tat strategy is a Nash equilibrium of G^3 .
 - (B) When $\delta \geq \frac{c}{a}$, the strategy profile in which both players play the tit-for-tat strategy is a Nash equilibrium of G^3 .
 - (C) When $\delta \geq \frac{a}{c}$, the strategy profile in which both players play the tit-for-tat strategy is a Nash equilibrium of G^3 .
 - (D) For any δ , the strategy profile in which both players play the tit-for-tat strategy is not a Nash equilibrium of G^3 .
- (8) Let G^{∞} be a repeated game in which G is repeated infinitely many times. Assume that the discount factor δ satisfies $0 < \delta < 1$. Choose a correct alternative from (A)–(D). Moreover, provide an explanation why it is correct.
 - (A) When $\delta \geq \frac{1}{a-c}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^{∞} .
 - (B) When $\delta \geq \frac{c}{a}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^{∞} .
 - (C) When $\delta \geq \frac{a}{c}$, the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is a Nash equilibrium of G^{∞} .
 - (D) For any δ , the strategy profile in which both players play the grim-trigger strategy is not a Nash equilibrium of G^{∞} .

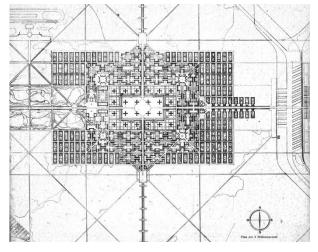
都市 • 地域計画

<u>以下の問題ⅠからⅢより 2 題選択して</u>解答しなさい。問題ごとに別々の答案用紙を使用せよ。

I. 図は、いずれもル・コルビュジエの代表的な建築・都市計画案である。図をよく見て、以下の問(1)-(3)に答えよ。

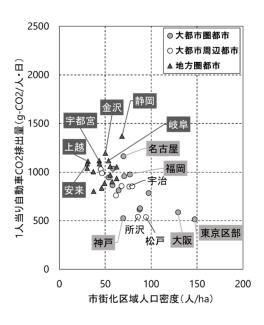






- (1) これらの計画の提案の背景にあった都市問題と、これに対するル・コルビュジエの建築・都市計画思想について説明せよ。
- (2)都市を構成する要素である①「建物」、②「道路」、③「緑地」、④「周辺市街地との接合部」のそれぞれについて、ル・コルビュジエの建築・都市計画思想がこれらの計画の中でどのように表現されているか、具体的に説明せよ。

- (3)ル・コルビュジエの建築・都市計画思想が現代の都市計画に及ぼしている影響と、それに対する批判について論ぜよ。
- Ⅱ.以下の2つの図は、日本の都市の市街化区域人口密度と自動車による CO₂排出量の関係について異なる時点で見たものである。図をよく見て、以下の問(1)-(3)に答えよ。



2500 ◎ 大都市圏都市 ○大都市周辺都市 1人当り自動車CO2排出量(g-CO2/人·日) 2000 1500 1000 所沢 500 東京区部 0 0 50 100 150 200 市街化区域人口密度(人/ha)

図-1 1987 年における市街化区域人口 密度と一人当たり自動車 CO₂排出量

図-2 2015 年における市街化区域人口 密度と一人当たり自動車 CO₂排出量

- (1)図-2に着目し、このような右肩下がりの分布になっている理由について、図中の都市の特徴に触れながら説明せよ。
- (2) 1987 年と 2015 年の間にどのような変化が生じたかを説明せよ。また、地方圏都市を対象に、なぜそのような変化が生じたか、原因を具体的に解説せよ。
- (3)都市において自動車 CO₂排出量削減のために実際にどのような方策が考えられるかを、 図も参考にして3つあげ、それぞれの内容について解説せよ。

- III. 地価と地代に関する以下の問(1)-(5)に答えよ。なお、 P_t はt期の期首における地価、iは市場利子率とする。また、t期の地代 r_t は、t期の期末に手に入るものとする。
- (1)地価と地代の定義を述べよ。
- (2) 地価が短期均衡条件を満たすとき、以下の式が成り立つことが知られている。式(a) における左辺と右辺の意味を述べよ。

$$r_t + P_{t+1} - P_t = iP_t \tag{a}$$

(3) 地価が長期均衡条件を満たすとき、以下の式が成り立つ。以下の問いに答えよ。

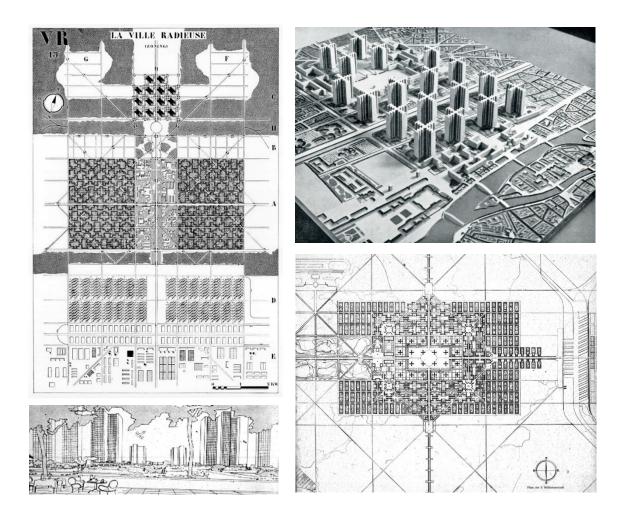
$$P_t = \frac{r_t}{1+i} + \frac{r_{t+1}}{(1+i)^2} + \frac{r_{t+2}}{(1+i)^3} + \cdots$$
 (b)

- ① 右辺第1項の意味を述べよ。
- ② 右辺の意味を述べよ。
- ③ この時の P_t のような長期均衡条件を満たす価格のことを何と呼ぶか。
- (4)式(a)と式(b)を用いて、長期均衡条件が満たされるとき、短期均衡条件が満たされることを示せ。
- (5) 式(b)において地代が一定である場合、地価はどのような値になるか求めよ。

Urban and Regional Planning

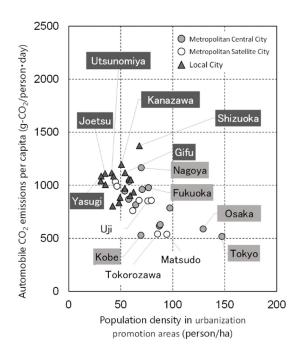
<u>Select and answer two of the following questions I to III.</u> Use a separate answer sheet for each problem.

I. The figures are all representative architectural and urban planning proposals by Le Corbusier. Look at the figures carefully and answer the following questions (1)-(3).



- (1) Explain the urban problems behind the proposals and Le Corbusier's philosophy of architecture and urban planning in response to these problems.
- (2) For each of components of cities ① "buildings", ② "roads", ③ "green spaces", and ④ "relation with the surrounding area", explain in detail how Le Corbusier's philosophy of architecture and urban planning is expressed in these proposals.

- (3) Explain the influence of Le Corbusier's philosophy of architecture and urban planning on contemporary urban planning. Then, discuss the criticisms against it.
- II. The following two figures show the relationship between population density of urbanization promotion areas and automobile CO₂ emissions in different years. Look at these figures carefully and answer questions (1)-(3) below.



2500 Utsunomiya Metropolitan Central City Automobile CO₂ emissions per capita (g-CO₂/person·day) Metropolitan Satellite City ▲ Local City 2000 1500 1000 Matsudo 0 Tokorozawa 0 500 0 Tokyo 0 200 Population density in urbanization promotion areas (person/ha)

Figure-1 Population density of urbanization promotion areas and per capita automobile CO₂ emissions in 1987

Figure-2 Population density of urbanization promotion areas and per capita automobile CO₂ emissions in 2015

- (1) Focusing on Figure-2, explain the reason for the downward sloping distribution by reference to the characteristics of the cities in the figure.
- (2) Explain what changes have occurred from 1987 to 2015. Also, explain in detail why such changes have occurred for the local city group.
- (3) Referring to these figures, list three possible measures to reduce automobile CO₂ emissions in cities, and explain the content of each.

III. Answer the following questions (1)-(5) regarding land price and land rent. Let P_t be the land price at the beginning of period t and i be the market interest rate. Moreover, the land rent, r_t for period t is assumed to be received at the end of period t.

- (1) State the definition of land price and land rent.
- (2) It is known that when land prices satisfy the short-run equilibrium condition, the following equation holds. Explain the left-hand side and right-hand side in Equation (a).

$$r_t + P_{t+1} - P_t = iP_t \tag{a}$$

(3) When land prices satisfy the long-run equilibrium condition, the following equation holds. Answer the following subquestions.

$$P_t = \frac{r_t}{1+i} + \frac{r_{t+1}}{(1+i)^2} + \frac{r_{t+2}}{(1+i)^3} + \cdots$$
 (b)

- ① Explain the first term on the right-hand side.
- ② Explain the right-hand side.
- 3 What is the term used to describe the land price, P_t , that satisfies long-run equilibrium conditions?
- (4) Show that short-run equilibrium is satisfied when long-run equilibrium conditions is satisfied using Equations (a) and (b).
- (5) Calculate the land price when the land rent is constant in Equation (b).