令和５年度

筑波大学大学院
理工情報生命学術院
システム情報工学研究群
社会工学学位プログラム
サービス工学学位プログラム
博士前期課程（一般入学試験　　１－２月実施）

試験問題　$\boxed{\text{専門科目}}$

令和５年１月２６日

筑波大学大学院　理工情報生命学術院　システム情報工学研究群
博士前期課程　社会工学学位プログラム　サービス工学学位プログラム
令和５年度入学試験　学力検査問題
令和５年１月２６日実施

専門科目

(1) この冊子には下表に示す３つの出題分野の問題が含まれています．社会工学学位プログラムの受験者はその中から１つの出題分野を選択して解答しなさい．サービス工学学位プログラムの受験者は数学の問題に解答しなさい．

(2) 各答案用紙の上部に，必ず受験番号を記入しなさい．

(3) 解答の初めに，必ず出題分野と問題番号（例えば，数学 I. ）を示しなさい．問題ごとに別の答案用紙に解答しなさい．

出題分野
数学
ミクロ経済学
都市・地域計画

University of Tsukuba
Graduate School of Science and Technology
Degree Programs in Systems and Information Engineering
Policy and Planning Sciences / Service Engineering
ENTRANCE EXAMINATION
January 26, 2023

Major Subjects

(1) This package contains problems from the 3 subject areas shown in the following table. Applicants for the Master’s Program in Policy and Planning Sciences should choose one subject area to answer. Applicants for the Master’s Program in Service Engineering should answer the problems in Mathematics.

(2) Write your application number on the top of each answer sheet.

(3) Write the subject area and the problem number (e.g., Mathematics I.) on the top of your answer. Use a separate answer sheet for each problem.

Subject Areas
Mathematics
Microeconomics
Urban and Regional Planning

数学

問題 I と II の両方に答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ．
以下では，実数全体の集合を $\mathbb{R}$ とする．

I. 実数 $a \in \mathbb{R}$ を含む次の 3×3 の実対称行列 A を考える．

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

以下の問 (1)–(6) に答えよ．ただし，単位行列は I で表せ．

(1) 行列 A の固有値は少なくとも 1 つが 0 である．このとき，行列 A のランクが 2 以下となることを説明せよ．

(2) 問 (1) の条件下で、実数 a を求めよ．ただし，条件を満足する実数 a は 2 つあり，うち 1 つは 2 である．

以降では $a = 2$ とした行列 A を考える．

(3) 行列 A の（重複も含め）3 つの固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ．ただし，$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ とする．

(4) ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ をそれぞれ固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に対応する固有ベクトルとする．ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ を求めよ．

(5) 線形空間 $\mathbb{R}^3$ における線形変換 $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ の核空間（零空間），像空間を，それぞれ問 (4) の固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ を用いて表せ．

(6) 新たな 3 次実対称行列を $P = \frac{1}{\lambda_3}A$ と定義する．行列 P はベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ をある部分空間 U の最も近い点に写す「直交射影行列」であり，部分空間内のベクトル $\mathbf{x} \in U$ に対しては，その定義より $P\mathbf{x} = \mathbf{x}$ が成り立つ．

このとき，部分空間 U を問 (4) で求めた固有ベクトルを用いて表せ．また，部分空間 U の直交補空間への直交射影行列 B を求めよ．

II. 以下の問 (1) 及び (2) に答えよ．

(1) 関数 $f(x) = \sin x$ とする．$f^{(n)}(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ は $f(x)$ の n 階微分である．以下の問いに答えよ．

(a) 次の値をそれぞれ求めよ．

$$i)\ f^{(2n-1)}(0), \qquad ii)\ f^{(2n)}(0), \quad n = 1, 2, \ldots$$

(b) 次の極限を求めよ．

$$i)\ \lim_{x\to 0} \frac{x - f(x)}{x^3}, \qquad ii)\ \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - x + x^3/6}{x^5}$$

$$iii)\ \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - x + x^3/6 - x^5/120}{x^7}$$

(2) 実数関数の列 $f_n(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ は以下のように定義される．

$$f_1(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

$n = 2, 3, \ldots$ について

$$f_n(x) = \begin{cases} \int_0^\infty f_{n-1}(x-y) f_1(y) dy & x \geq 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

ただし，$\lambda > 0$ とする．
以下の問いに答えよ．

(a) $x \geq 0$ の場合，$f_2(x)$ を求めよ．

(b) $\int_0^\infty x f_2(x) dx$ を求めよ．

(c) $x \geq 0$ の場合，$f_3(x)$ を求めよ．

(d) $x \geq 0$ の場合，$f_n(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ を求めよ．

(e) $\int_0^\infty f_n(x) dx$ $(n = 1, 2, \ldots)$ を求めよ．

Mathematics

Answer both problems I and II. Use a separate answer sheet for each problem.
In what follows, let $\mathbb{R}$ be the set of all real numbers.

I. Consider the following 3×3 real symmetric matrix A with a real parameter $a \in \mathbb{R}$.

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

Answer the following questions (1)–(6). Note that express an identity matrix as I.

(1) At least one eigenvalue of the matrix A is 0. This condition implies that the rank of A is less than or equal to 2. Explain the reason for this.

(2) Under the condition of question (1), find the value of a. Note that there are two possible values for a, one of which is 2.

In the following, consider the case $a = 2$ in the matrix A.

(3) Find three eigenvalues λ_1, λ_2, and λ_3 of the matrix A (some of them can be repeated), where $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$.

(4) Let $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$, and $\mathbf{v}_3$ be eigenvectors corresponding to the eigenvalues λ_1, λ_2, and λ_3, respectively. Find vectors $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$, and $\mathbf{v}_3$.

(5) Express the kernel space (zero space) and the image space of the linear transformation $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ in the linear space $\mathbb{R}^3$, respectively, using the eigenvectors $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$, and $\mathbf{v}_3$ of question (4).

(6) Let us define a new 3×3 real symmetric matrix as $P = \frac{1}{\lambda_3} A$. The matrix P is an "orthogonal projection matrix" which maps a vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ to the closest point in a subspace U; and, by definition, $P\mathbf{x} = \mathbf{x}$ holds for a vector $\mathbf{x} \in U$ in this subspace.

Express the subspace U using the eigenvectors found in question (4). Also, find an orthogonal projection matrix B onto the orthogonal complement of the subspace U.

II. Answer the following questions (1) and (2).

(1) Define $f(x) = \sin x$. Here, $f^{(n)}(x)$ $(n = 1, 2, \dots)$ denotes the n-th derivative of $f(x)$.

Answer the following subquestions.

(a) Find the following values.

$$i)\ f^{(2n-1)}(0), \qquad ii)\ f^{(2n)}(0), \qquad n = 1, 2, \dots$$

(b) Find the values of the following limits.

$$i)\ \lim_{x\to 0} \frac{x - f(x)}{x^3}, \qquad ii)\ \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - x + x^3/6}{x^5}$$

$$iii)\ \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - x + x^3/6 - x^5/120}{x^7}$$

(2) The sequence of real functions $f_n(x)$ $(n = 1, 2, \dots)$ is defined as follows.

$$f_1(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

For $n = 2, 3, \dots,$

$$f_n(x) = \begin{cases} \int_0^\infty f_{n-1}(x-y) f_1(y) dy & x \geq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Here, $\lambda > 0$.

Answer the following subquestions.

(a) Find the expression of $f_2(x)$ for $x \geq 0$.

(b) Find the value of $\int_0^\infty x f_2(x) dx$.

(c) Find the expression of $f_3(x)$ for $x \geq 0$.

(d) Find the expression of $f_n(x)$ for $x \geq 0$ and $n = 1, 2, \dots$.

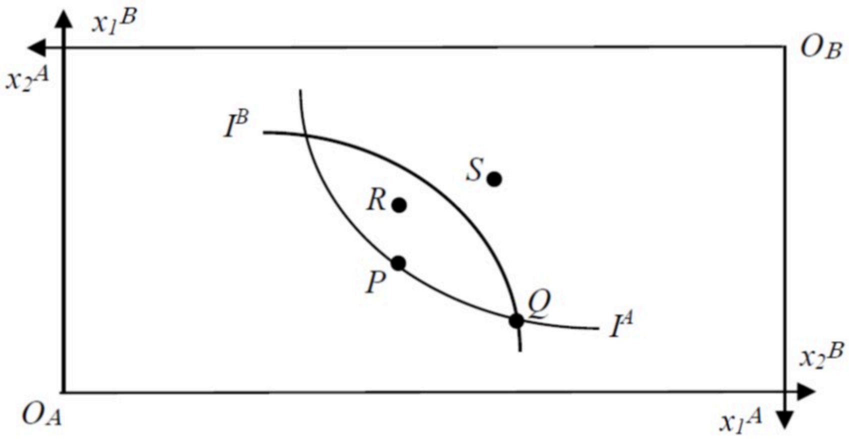
(e) Find the value of $\int_0^\infty f_n(x) dx$ for $n = 1, 2, \dots$.

ミクロ経済学

問題 I から III 全てに答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ．

I. 純粋交換経済と生産経済に関する以下の問 (1) と (2) に答えよ．

(1) 二つの財，二人の消費者からなる純粋交換経済において，第 1 財 20 単位，第 2 財 10 単位を二人の消費者 A と B に配分する問題を考える．x_1^i と x_2^i はそれぞれ消費者 i の第 1 財と第 2 財の消費量を表すとする．以下の図は，この経済に対するエッジワース・ボックスを示している．図において，I^i は消費者 i の無差別曲線を表す．



以下の問いに答えよ．

(a) 点 P, R, S で表される配分のうち，点 Q で表される配分をパレート改善するのはどれか．理由を付して答えよ．

(b) 消費者 i の効用関数が $u^i = x_1^i x_2^i$ によって与えられるとする．このとき，パレート効率的な配分の集合を表す契約曲線を求めよ．

(2) 二つの財，二人の消費者，および一つの企業からなる生産経済を考える．消費者 A と B の効用関数は

$$u^A = 2\left(x_1^A\right)^2 x_2^A, \quad u^B = 4x_1^B\left(x_2^B\right)^2$$

によって与えられる．ここで，x_1^i, x_2^i はそれぞれ消費者 i の第 1 財と第 2 財の消費量を表すとする．$u^A > 0,\ u^B > 0$ を仮定する．消費者 A と B の第 1 財と第 2 財の初期保有量は

$$\boldsymbol{e}^A = (e_1^A, e_2^A) = (12, 0), \quad \boldsymbol{e}^B = (e_1^B, e_2^B) = (18, 0)$$

であるとする．ここで，e_1^i, e_2^i はそれぞれ消費者 i の第 1 財と第 2 財の初期保有量を表す．企業は以下の生産関数に従って第 1 財から第 2 財を生産する．

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1.$$

企業の利潤は消費者 A と B に均等に分配されるとする．第 1 財と第 2 財の価格はそれぞれ p_1, p_2 であるとする．以下の問いに答えよ．

(a) 企業の利潤を π とするとき，消費者 A と B の予算制約式を答えよ．

(b) 競争均衡における企業の利潤を求めよ．

(c) 競争均衡における消費者 A と B の第 1 財と第 2 財の消費量を求めよ．

(d) 競争均衡における企業の第 1 財の需要量と第 2 財の供給量を求めよ．

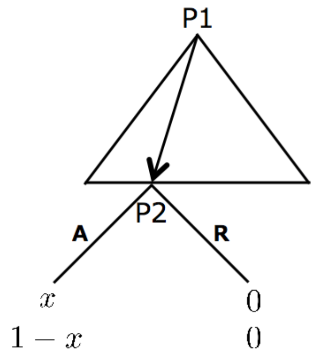
II.　以下の問 (1) から (4) に答えよ．

(1) 戦略形ゲームとは何か？戦略形ゲームを構成する 3 つの要素に言及し説明せよ．

(2) 下表はプレイヤー１ (P1) とプレイヤー２ (P2) の両性の闘い (男女の争い) ゲームにおける利得表である ($a > b > 0$)．　このゲームのナッシュ均衡を全て列挙せよ．

P1 ＼ P2	ボクシング	バレエ
ボクシング	(a, b)	$(0, 0)$
バレエ	$(0, 0)$	(b, a)

(3) 下図はいわゆる最後通牒ゲームを表している．最後通牒ゲームでは，まずプレイヤー１ (P1) が 1 億円の分け方をプレイヤー２ (P2) に提案する (例えば，P1 が $x = 0.7$ 億円を受け取り，残りの $(1 - x) = 0.3$ 億円を P2 が受け取る，という提案をする)．P2 はその提案を受諾する (A) か拒否する (R) かを選択する．受諾した場合には P1 の提案通りの配分が実行され，拒否した場合は両プレイヤーが 0 円を受け取る．



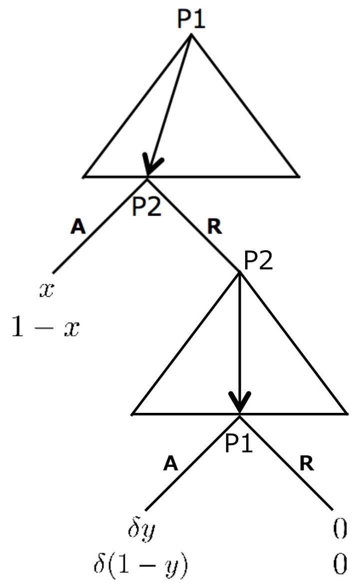
以下の問いに答えよ．

(a) 本ゲームにおけるプレイヤー１と２の戦略集合をそれぞれ記述せよ．

(b) このゲームでは，任意の利得配分 $(x, 1 - x)$ に対し，それが実現するナッシュ均衡が存在する．これを証明せよ．

(c) 部分ゲーム完全均衡を挙げよ．さらに，それが部分ゲーム完全均衡であることを証明せよ．また，部分ゲーム完全均衡において実現する利得配分を指摘して，提案する立場 (P1) と選択する立場 (P2) のどちらが有利と考えられるか論ぜよ．

(4) 下図は２段階の最後通牒ゲームを表している．第１ラウンドでは問 (3) と同じ最後通牒ゲームが行われるが，P2 が拒否を選んだ場合には第２ラウンドに進み，今度は P2 が (P1 の取り分 y を) 提案して P1 が受諾するか拒否するかを選択する．ただし，第２ラウンドで利得が確定する場合には利得が割り引かれて δ 倍になる ($0 < \delta < 1$ とする)．



以下の問いに答えよ．

(a) 本ゲームにおけるプレイヤー１と２の戦略集合をそれぞれ記述せよ．

(b) 部分ゲーム完全均衡を挙げよ．さらに，それが部分ゲーム完全均衡であることを証明せよ．

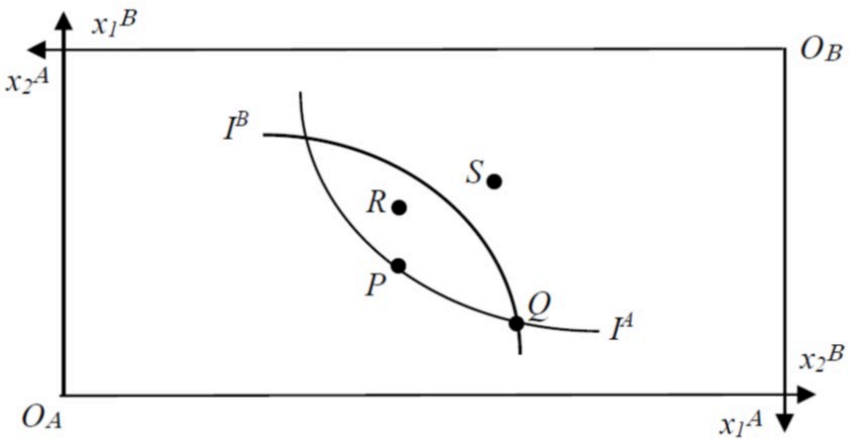
III. 最低価格保証 (「他店より１円でも高い場合には同じ価格まで値下げします」と宣言すること) にはどのような狙いがあると考えられるか 200 字以内で説明せよ．

Microeconomics

Answer all problems I-III. Use a separate answer sheet for each problem.

I. Answer the following questions (1) and (2) concerning pure exchange and production economies.

(1) In a pure exchange economy consisting of two goods and two consumers, consider the problem of allocating 20 units of good 1 and 10 units of good 2 to two consumers A and B. Let x_1^i and x_2^i denote the consumption of goods 1 and 2 by consumer i, respectively. The following figure shows the Edgeworth box for this economy. In the figure, I^i denotes the indifference curve of consumer i.



Answer the following questions.

(a) Which of the allocations represented by the points P, R, and S would be Pareto improvements relative to the allocation represented by the point Q? Answer with your reasons.

(b) Suppose that the utility function of consumer i is given by $u^i = x_1^i x_2^i$. In this case, find the contract curve that represents the set of Pareto efficient allocations.

(2) Consider a production economy consisting of two goods, two consumers, and one firm. The utility functions of consumers A and B are given by

$$u^A = 2\left(x_1^A\right)^2 x_2^A, \quad u^B = 4x_1^B\left(x_2^B\right)^2,$$

where x_1^i and x_2^i denote the consumption of goods 1 and 2 by consumer i, respectively. Assume $u^A > 0$ and $u^B > 0$. The initial endowments of goods 1 and 2 for consumers A and B are

$$\boldsymbol{e}^A = (e_1^A, e_2^A) = (12, 0), \quad \boldsymbol{e}^B = (e_1^B, e_2^B) = (18, 0),$$

where e_1^i and e_2^i denote the initial endowment of goods 1 and 2 for consumer i, respectively. The firm produces good 2 from good 1 using the following production function:

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1.$$

The firm's profit is assumed to be equally distributed to consumers A and B. The prices of goods 1 and 2 are p_1 and p_2, respectively. Answer the following questions.

(a) When the firm's profit is π, answer the budget constraints for consumers A and B.

(b) Find the profit of the firm in competitive equilibrium.

(c) Find the consumption of goods 1 and 2 by consumers A and B in competitive equilibrium.

(d) Find the firm's demand for good 1 and supply of good 2 in competitive equilibrium.

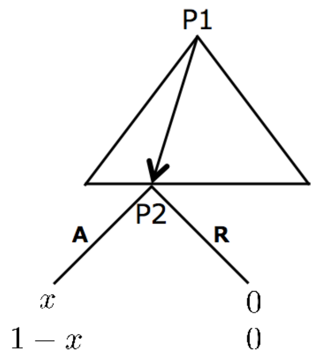
II. Answer the following questions (1) to (4).

(1) Provide a definition of a strategic form game. The answer should refer three elements of a strategic form game.

(2) The following table shows a payoff matrix of a battle of sexes game ($a > b > 0$) with player 1 (P1) and player 2 (P2). Point out all Nash equilibria of the game.

P1 \ P2	Boxing	Ballet
Boxing	(a, b)	$(0, 0)$
Ballet	$(0, 0)$	(b, a)

(3) The following figure shows an ultimatum game over one million dollar. In the ultimatum game, player 1 (P1) first makes a take-it-or-leave-it offer to player 2 (P2). For example, P1 proposes the allocation in which P1 receives $x = 0.7$ million dollar while P2 does $(1 - x) = 0.3$ million dollar. If P2 accepts (A) the offer, the proposed allocation is implemented. On the other hand, if P2 rejects (R) the offer, both players receive 0 dollar.



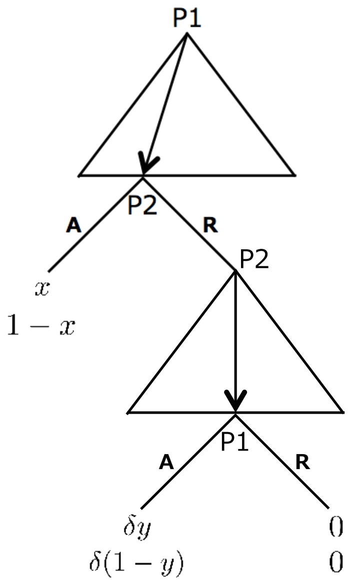
Answer the following questions.

(a) Describe the strategy sets of P1 and P2.

(b) In the ultimatum game, it is known that for any payoff allocation $(x, 1 - x)$, there exists a Nash equilibrium under which the payoff $(x, 1 - x)$ is realized. Prove it.

(c) Point out a subgame perfect equilibrium. Then, provide a proof of the subgame perfection of it. Moreover, pointing out the payoff allocation under the subgame perfect equilibrium, discuss about the advantage (or disadvantage) of proposing role of P1 and the chooser role of P2.

(4) The following figure shows a two-stage ultimatum game. The first round of the game is same as the ultimatum game described in the question (3). If P2 rejects the P1's proposal in the first round, players go to the second round. In the second round, P2 proposes an allocation in which P1's assignment is denoted as y. Then, P1 decides to accept or rejects the proposal. The payoff allocation is discounted by δ $(0 < \delta < 1)$ in the second round.



Answer the following questions.

(a) Describe the strategy sets of P1 and P2.

(b) Point out a subgame perfect equilibrium. Then, provide a proof of the subgame perfection of it.

III. Explain the purpose of the minimum price guarantee policy (i.e., declaring that if the price is even one yen higher than another store's price, the price will be reduced to the same level) in 100 words or less.

都市・地域計画

問題ⅠからⅢより２題選択して答えよ。問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ。

Ⅰ．都市政策に関する以下の問(1)-(3)に答えよ。

(1) 現在、日本では都市政策として「コンパクト・プラス・ネットワーク」が重視されている。その背景を解説せよ。また、どのような効果が期待されているかを箇条書き三項目以上で説明せよ。

(2) COVID-19 の感染拡大によって、日本の大都市圏における日常的な交通量や交通手段選択にどのような変化が生じたか。また、そのことがコンパクト・プラス・ネットワーク政策にどのような影響を与えているか論ぜよ。

(3) 今後の社会の変化も見据えた上で、コンパクト・プラス・ネットワーク政策を実現するために必要となる対応を箇条書きで三項目以上述べよ。

Ⅱ．都市の多様性に関する以下の問(1)-(4)に答えよ。

(1) アメリカの文筆家であり活動家であるジェイン・ジェイコブズ（Jane Jacobs）は、1961 年に刊行した著書『アメリカ大都市の死と生（The Death and Life of Great American Cities)』で、都市における多様性が重要であると主張し、その後の都市計画に大きな影響を与えた。この都市論の中で、ジェイコブズはどのような都市計画を批判したのか。またなぜ都市における多様性が重要と主張したのか。当時の都市計画を例示しながら、この主張を解説せよ。

(2) ジェイコブズが提示した都市の多様性を生成する 4 つの条件をあげ、その概要を説明せよ。

(3) 多くの先進国で、都市のまちなかにおいて、都市の多様性が重要との認識が高まっている。まちなかが直面している問題を示し、この都市論の考え方に関連付けながら、まちなかの都市計画が目指すべき方向性を論ぜよ。

(4) 近年、郊外住宅地においても、都市の多様性の重要性が指摘されている。郊外住宅地で発生している問題を示し、この都市論の考え方に関連付けながら、これからの郊外住宅地で必要とされている都市計画上の対策を論ぜよ。

Ⅲ．環境評価に関する以下の問(1)-(4)に答えよ。

(1) 環境評価のための手法として、ヘドニックアプローチと呼ばれるものがある。これはどのような手法か説明せよ。

(2) ヘドニックアプローチ以外の環境評価手法として仮想評価法（CVM）があるが、これはどのような手法か。ヘドニックアプローチと比較した際のメリット、デメリットを簡潔に述べよ。

(3) ２つの図は 1991 年から 2010 年までの１都３県（埼玉県、千葉県、東京都、神奈川県）の公示地価と各公示地点における浮遊粒子状物質（SPM）や窒素酸化物（NOx）のそれぞれの濃度予測値の散布図である。2 つの散布図の共通点から人々は大気汚染物質の経済的価値をどのように評価しているかについて、ヘドニックアプローチに従って説明しなさい。

(4) なぜ、散布図のような状況になっているのか、“相関”と“因果”という言葉を用いて、あなたの考えを述べよ。

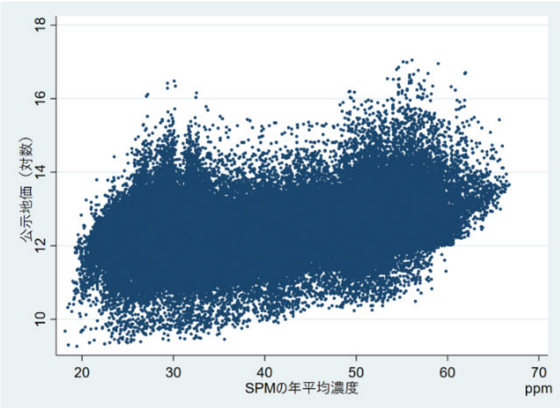


図１：１都３県の公示地価と SPM 年平均濃度

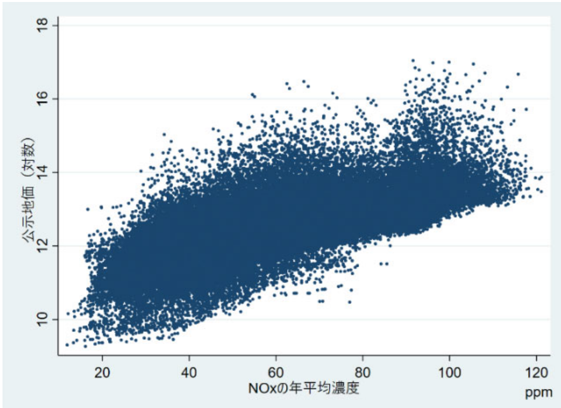


図２：１都３県の公示地価と NOx 年平均濃度

注: データは 1991 年から 2010 年までの埼玉県、千葉県、東京都、神奈川県の公示地価と国立環境研究所が報告する大気汚染情報を用いた。

Urban and Regional Planning

Choose two problems from the following problems I-III to answer. Use a separate answer sheet for each problem.

I. Answer the following questions (1)-(3) on issues related to urban policy.

(1) Recently, "Compact Plus Network" has been emphasized as an urban policy in Japan. Explain the background. Then, list at least three expected effects.

(2) How has the spread of COVID-19 changed daily traffic volume and mode of transportation choices in Japan's metropolitan areas? Also, discuss how it affects the compact plus network policy.

(3) Considering future social changes, list at least three items of the necessity of the compact plus network policy.

II. Answer the following questions (1)-(4) regarding urban diversity.

(1) In a book published in 1961, “The Death and Life of Great American Cities,” American writer and activist Jane Jacobs argued for the importance of diversity in cities, which profoundly impacted subsequent urban planning. In this urbanism, what kind of urban planning did Jacobs criticize? In addition, why did she argue for the importance of diversity in cities? Explain this assertion, using examples from urban planning at that time.

(2) List and outline Jacobs's four conditions for generating urban diversity.

(3) In many developed countries, urban diversity has been increasingly recognized as important in the inner city. Indicate the problems facing the inner city and discuss the direction that inner city urban planning should take concerning this concept of urbanism.

(4) Recently, the importance of urban diversity has been recognized in suburban housing estates. Show the problems in suburban residential areas and discuss the urban planning measures needed in suburban housing estates in the future while relating them to the ideas of this urbanism.

III. Answer the following questions (1)-(4) related to environmental assessment.

(1) There is a method for an environmental assessment called the hedonic approach. Explain the hedonic approach.

(2) Another method for environmental assessment besides the hedonic approach is called the Contingent Valuation Method (CVM). Explain the CVM. Briefly describe its advantages and disadvantages compared to the hedonic approach.

(3) The two figures show scatter plots of the officially assessed land prices provided by the Japanese

government (OALP) in Tokyo and three prefectures (Saitama, Chiba, and Kanagawa) from 1991 to 2010 and predicted concentrations of suspended particulate matter (SPM) or nitrogen oxides (NOx) at each public location. Following a hedonic approach, explain how people assess the economic value of air pollutants based on the similarities between the two scatter plots.

(4) Describe your thoughts on why the situation is as shown in the scatter plots, using the terms "correlation" and "causality".

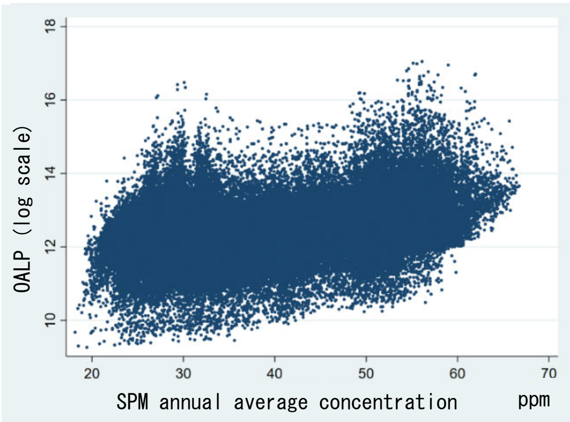


Figure 1: OALP and SPM annual average concentration in Tokyo and three prefectures

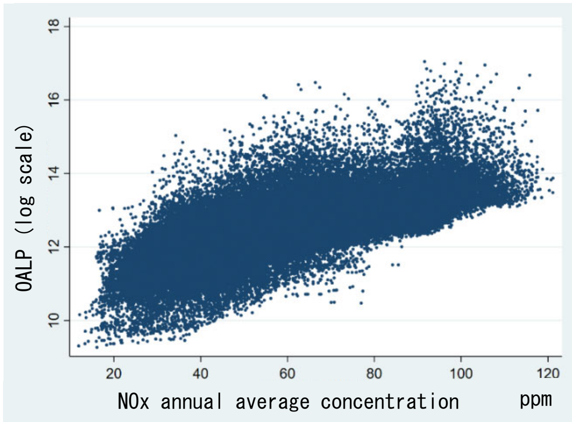


Figure 2: OALP and NOx annual average concentration in Tokyo and three prefectures

Note: Data were obtained from the officially assessed land prices provided by the Japanese government (OALP) in Tokyo and three prefectures (Saitama, Chiba, and Kanagawa) from 1991 to 2010 and air pollution information reported by the National Institute for Environmental Studies.