

令和2年度

筑波大学大学院大学院
システム情報工学研究群
社会工学学位プログラム
サービス工学学位プログラム
博士前期課程（一般入学試験 2月期）
試験問題 専門科目

令和2年1月30日

筑波大学大学院
システム情報工学研究群
社会工学学位プログラム サービス工学学位プログラム
博士前期課程
令和2年度入学試験 学力検査問題
令和2年1月30日実施

専門科目

- (1) この冊子には下表に示す3つの出題分野の問題が含まれています。社会工学学位プログラムの受験者はその中から1つの出題分野を選択して解答しなさい。サービス工学学位プログラムの受験者は数学の問題に解答しなさい。
- (2) 各答案用紙の上部に、必ず受験番号を記入しなさい。
- (3) 解答の初めに、必ず出題分野と問題番号（例えば、数学 I.）を示しなさい。問題ごとに別の答案用紙に解答しなさい。

出題分野
数学
ミクロ経済学
都市・地域計画

University of Tsukuba
Graduate School of Science and Technology
Degree Programs in Systems and Information Engineering
Policy and Planning Sciences / Service Engineering
ENTRANCE EXAMINATION
January 30, 2020

Major Subjects

- (1) This package contains problems from 3 subject areas shown in the following table. Applicants for the Master's Program in Policy and Planning Sciences should choose one subject area to answer. Applicants for the Master's Program in Service Engineering should answer the problems in Mathematics.
- (2) Write your application number on the top of each answer sheet.
- (3) Write the subject area and the problem number (e.g., Mathematics I.) on the top of your answer. Use a separate answer sheet for each problem.

Subject Areas
Mathematics
Microeconomics
Urban and Regional Planning

数学

問題 I と II の両方に答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ．
以下では，実数全体の集合を \mathbb{R} とする．

I. $\beta \in \mathbb{R}$ とする．以下で与えられた 3 つの 3 次元実ベクトル

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \beta \end{pmatrix}$$

が張る線形空間を以下のように L とする．

$$L = \{\alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 \mid \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}\}$$

以下の (1)-(5) に答えよ．

- (1) $\beta \in \mathbb{R}$ の値と線形空間 L の次元の関係を，説明を付して示せ．
- (2) 線形空間 L の次元が 2 であるときの β を 1 つ選び，その β に対する L の基底 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2\}$ を 1 つ求めよ．
- (3) (2) で選んだ β と，(2) で求めた基底 $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2\}$ を用いて， L を

$$L = \{\alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2 \mid \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}\}$$

で表すとする．変数 $\gamma \in \mathbb{R}$ を含む 3 次元実ベクトル

$$\mathbf{r}(\gamma) = \begin{pmatrix} \gamma \\ 1 - \gamma \\ 1 \end{pmatrix}$$

で座標が与えられる点と， L 上の各 3 次元実ベクトル $\alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2$ で座標が与えられる点を考える．これら 2 点のユークリッド距離を， $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ の関数 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ として与えよ．

- (4) (3) で与えた $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ を考える．任意の $\gamma \in \mathbb{R}$ 対して，

$$\min_{\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}} f(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$$

の解を与える (α_1, α_2) の組を $(\alpha_1^*(\gamma), \alpha_2^*(\gamma))$ とする．

$$\hat{\mathbf{r}}(\gamma) = \alpha_1^*(\gamma) \mathbf{q}_1 + \alpha_2^*(\gamma) \mathbf{q}_2$$

とするとき，各 $\gamma \in \mathbb{R}$ に対する $\hat{\mathbf{r}}(\gamma)$ を求めよ．

- (5) (4) で求めた 3 次元実ベクトル $\hat{\mathbf{r}}(\gamma)$ が以下の 3 次正方実行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

の固有ベクトルであるときの γ の値と，そのときの $\hat{\mathbf{r}}(\gamma)$ の固有値を求めよ．

II. 以下の (1)-(3) に答えよ.

(1) 実関数 $f(x)$ 及び $g(x)$ を以下のように定める.

$x > 0$ の場合:

$$f(x) = \frac{\exp(\sqrt{x}) - 1 - \sqrt{x}}{x}, \quad g(x) = \frac{\exp(\sqrt{x}) - 1 - \sqrt{x} - x/2}{x^{3/2}},$$

$x = 0$ の場合:

$$f(0) = C_1, \quad g(0) = C_2.$$

x を任意の実数としたとき, 以下をそれぞれ求めよ.

(i) x が 0 に近づくときの $f(x)$ 及び $g(x)$ の右側極限值.

(ii) $f(x)$ と $g(x)$ が $x = 0$ において右連続であるための C_1 及び C_2 の値.

(実関数 $h(x)$ に対して, x が a に近づくときの右側極限值は $\lim_{x \rightarrow a+0} h(x)$, $\lim_{x \rightarrow a+} h(x)$ 等と表記される.)

(2) (i) 実関数 $h(x)$ について, 実数 a における微分の定義を書け. また, 微分の意味, 及び, 社会問題への微分の応用について 150 字以内で説明せよ.

(ii) 次の極限を微分の形に直し, その値を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^{20}) - 1}{x}.$$

(3) (i) 次の関数のグラフを描け.

$$f(x) = x \exp(-x). \quad (x \geq 0)$$

(ii) 次の広義積分を計算せよ.

$$\int_0^{\infty} x \exp(-x) dx.$$

(iii) n を任意の自然数としたとき, 次の広義積分を計算せよ.

$$\int_0^{\infty} x^n \exp(-x) dx.$$

Mathematics

Answer both questions I and II. Use a separate answer sheet for each question.

In what follows, let \mathbb{R} be the set of all real numbers.

- I. Let $\beta \in \mathbb{R}$. Suppose that the linear space spanned by the following three 3-dimensional real vectors

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \beta \end{pmatrix}$$

is denoted by L as follows.

$$L = \{\alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 \mid \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}\}$$

Answer the following (1)-(5).

- (1) Show the relationship between the value of $\beta \in \mathbb{R}$ and the dimension of the linear space L and give an explanation.
- (2) Choose a β for which the dimension of the linear space L is two, and find a basis $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2\}$ of L for the β .
- (3) Using the β chosen in (2) and the basis $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2\}$ of L found in (2), we represent the linear space L as

$$L = \{\alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2 \mid \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}\}.$$

Consider the point whose coordinate is given by a 3-dimensional real vector

$$\mathbf{r}(\gamma) = \begin{pmatrix} \gamma \\ 1 - \gamma \\ 1 \end{pmatrix}$$

including the variable $\gamma \in \mathbb{R}$, and the point whose coordinate is given by a 3-dimensional real vector $\alpha_1 \mathbf{q}_1 + \alpha_2 \mathbf{q}_2$ on L . Give the Euclidean distance between these two points as a function $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ of $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$.

- (4) Consider the function $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ given in (3). For any $\gamma \in \mathbb{R}$, let $(\alpha_1^*(\gamma), \alpha_2^*(\gamma))$ be the pair (α_1, α_2) which gives the solution of

$$\min_{\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}} f(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$$

and let

$$\hat{\mathbf{r}}(\gamma) = \alpha_1^*(\gamma) \mathbf{q}_1 + \alpha_2^*(\gamma) \mathbf{q}_2.$$

Find $\hat{\mathbf{r}}(\gamma)$ for each $\gamma \in \mathbb{R}$.

- (5) Let the 3-dimensional real vector $\hat{r}(\gamma)$ found in (4) be an eigenvector of the following square real matrix of order 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Find the value of γ and the eigenvalue corresponding to the vector $\hat{r}(\gamma)$.

II. Answer the following (1)-(3).

- (1) Let us define real functions $f(x)$ and $g(x)$ as follows.

For $x > 0$,

$$f(x) = \frac{\exp(\sqrt{x}) - 1 - \sqrt{x}}{x}, \quad g(x) = \frac{\exp(\sqrt{x}) - 1 - \sqrt{x} - x/2}{x^{3/2}},$$

and for $x = 0$,

$$f(0) = C_1, \quad g(0) = C_2.$$

Answer the following subquestions, where x is an arbitrary real number.

(i) Find the right-hand limits of $f(x)$ and $g(x)$ as x approaches 0.

(ii) Find the values of C_1 and C_2 such that $f(x)$ and $g(x)$ are continuous from the right at $x = 0$.

(For a real function $h(x)$, the right-hand limit of $h(x)$ as x approaches a is denoted by $\lim_{x \rightarrow a+0} h(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} h(x)$, etc.)

- (2) (i) For a real function $h(x)$, write down the definition of the derivative of $h(x)$ at a real number a . Furthermore, explain the meaning of derivative and its application in social problems within 75 words.

(ii) Express the following expression as a derivative and evaluate it.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^{20}) - 1}{x}.$$

- (3) (i) Draw the graph of the following function.

$$f(x) = x \exp(-x). \quad (x \geq 0)$$

(ii) Evaluate the following improper integral.

$$\int_0^{\infty} x \exp(-x) dx.$$

(iii) Evaluate the following improper integral for an arbitrary natural number n .

$$\int_0^{\infty} x^n \exp(-x) dx.$$

ミクロ経済学

I-III 全ての問題に答えよ。問題ごとに別々の解答用紙を使用すること。

I. 2財, 2消費者からなる純粋交換経済を考える。消費者 $i \in \{A, B\}$ の効用関数は

$$u_A = \min \{x_1^A, x_2^A\}, \quad u_B = \min \{x_1^B, 2x_2^B\},$$

によって与えられるとする。ここで, x_1^i, x_2^i は消費者 i の第1財と第2財の消費量を表す。 ω_1^i, ω_2^i を消費者 i の第1財と第2財の初期保有量とし,

$$\omega^A = (\omega_1^A, \omega_2^A) = (40, 0), \quad \omega^B = (\omega_1^B, \omega_2^B) = (0, 30),$$

とする。消費者 A, B は価格を所与として効用を最大化する。以下の問いに答えよ。

- (1) 消費者 A にとって第1財と第2財はどのような財か。
- (2) 第1財と第2財の価格を p_1, p_2 とする。消費者 A, B の第1財と第2財の需要量を相対価格 $p \equiv p_1/p_2$ を用いて表せ。
- (3) 均衡における相対価格 p の値を求めよ。また、均衡において消費者 A と B はどのような取引を行うか答えよ。
- (4) 経済の均衡配分をエッジワース・ボックスを用いて図示せよ。また、エッジワース・ボックスにおいてパレート効率的な配分の集合はどの部分か説明せよ。

II. ある市場に2つのタイプの消費者が存在する。タイプ $i \in \{A, B\}$ の消費者の需要は以下のように与えられる。

$$Q_i(p) = \begin{cases} 800 - \theta_i p & \text{if } 800 - \theta_i p > 0, \\ 0 & \text{その他.} \end{cases}$$

ここで, p は市場価格を, θ_i はタイプによって異なるパラメータを表す。市場全体の需要 $Q(p)$ は, $Q(p) = Q_A(p) + Q_B(p)$ で与えられる。 $p > 0, \theta_A > 0, \theta_B > 0$ とする。また、全ての企業は一定の限界費用 $c = 8$ で財1単位を生産可能とし、固定費用は0とする。企業は利潤を最大化する。以下の問いに答えよ。

- (1) 市場は参入と退出が自由な競争市場であると仮定する。この時の均衡価格と均衡数量を求めよ。
- (2) 市場は独占市場であると仮定する。また, $\theta_A = 20, \theta_B = 30$ とする。この時、企

業が選択する価格と数量を求めよ.

- (3) 市場は独占市場であると仮定する. また, $\theta_A = 20$, $\theta_B = 80$ とする. この時, 企業が選択する価格と数量を求めよ.
- (4) (3)と同じ状況を仮定する. 独占企業が異なるタイプの消費者に異なる価格を設定できる場合, 独占企業が各タイプに設定する価格を求めよ.
- (5) (3)と(4)のそれぞれについて消費者余剰を計算せよ. ただし, 消費者は準線形の効用関数を持つと仮定する. この時, 政府は企業が異なる価格設定をすることを規制すべきか, 理由を示して答えよ.

III. ネットワーク外部性のある状況とはどのような状況か. 例を挙げて 150 字以内で説明せよ.

Microeconomics

Answer all problems I-III. Use a separate answer sheet for each problem.

- I. Consider a pure exchange economy with two goods and two consumers. Suppose that the utility functions of consumer $i \in \{A, B\}$ are given by

$$u_A = \min \{x_1^A, x_2^A\}, \quad u_B = \min \{x_1^B, 2x_2^B\},$$

where x_1^i and x_2^i represent consumer i 's consumption of goods 1 and 2. Let ω_1^i and ω_2^i be the initial endowments of goods 1 and 2 owned by consumer i , and let

$$\omega^A = (\omega_1^A, \omega_2^A) = (40, 0), \quad \omega^B = (\omega_1^B, \omega_2^B) = (0, 30).$$

Consumers A and B take prices as given and maximize their utility. Answer the following questions.

- (1) What type of goods are goods 1 and 2 for consumer A ?
 - (2) Let p_1 and p_2 be the prices of goods 1 and 2. Express the demands of consumers A and B for goods 1 and 2 using the relative price $p \equiv p_1/p_2$.
 - (3) Calculate the value of the relative price p in equilibrium and then explain what kind of trade takes place between consumers A and B in equilibrium.
 - (4) Depict the equilibrium allocation in the economy using an Edgeworth box and then explain which part represents the set of Pareto efficient allocations in the Edgeworth box.
- II. Consider a market with two types of consumers. The demand of type $i \in \{A, B\}$ consumer is given by

$$Q_i(p) = \begin{cases} 800 - \theta_i p & \text{if } 800 - \theta_i p > 0, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where p denotes the price, and θ_i denotes the parameter depending on the type. The total demand in this market, $Q(p)$, is given by $Q(p) = Q_A(p) + Q_B(p)$. Assume that $p > 0$, $\theta_A > 0$ and $\theta_B > 0$. Every firm can produce one unit of output at the constant marginal cost, $c = 8$, and its fixed cost is 0. The firms maximize profits. Answer the following questions.

- (1) Suppose that the market is competitive with free entry and exit. Find the equilibrium price and quantity.

- (2) Suppose that the market is a monopoly market. Assume that $\theta_A = 20$ and $\theta_B = 30$. Find the price and quantity that the firm chooses.
- (3) Suppose that the market is a monopoly market. Assume that $\theta_A = 20$ and $\theta_B = 80$. Find the price and quantity that the firm chooses.
- (4) Assume the same situation as in (3). Find the price the monopolist will charge for each type when it is allowed to charge different prices to different types of consumers.
- (5) Compute the consumer surplus for each situation of (3) and (4). Assume that the consumers have a quasilinear utility function. Should the government regulate the firm to prevent it from charging different prices? Answer it with reason.

III. What are situations exhibiting network externalities? Explain it using an example within 75 words.

都市・地域計画

以下の問題 I から IV より 2 題選択して解答しなさい。問題ごとに別々の解答用紙を使用しなさい。

- I. 以下の 6 つの名称・用語から 4 つを選択して、それらの意味や内容について都市・地域計画の視点から説明しなさい。
- 1) 開発許可制度
 - 2) コンティニューイング・ケア・リタイアメント・コミュニティ (CCRC)
 - 3) サーマルリサイクル／サーマルリカバリー
 - 4) (交通の) 時間価値
 - 5) MaaS (Mobility-as-a-Service)
 - 6) ランドバンク／ランドバンキング
- II. 交通ネットワーク上の交通量パターンを予測するための交通量配分モデルについて、以下の問いに答えなさい。
- (1) 「利用者均衡配分」(Wardrop の第一原則) と「システム最適配分」(Wardrop の第二原則) について、それぞれ、説明しなさい。
 - (2) 2 つの配分原則の結果生じる交通量パターンは一般に一致しない。2 つの配分結果が乖離する理由を述べるとともに、両者を一致させるための交通施策とその課題について論じなさい。
- III. 環境基準に関する以下の問いに答えなさい。
- (1) 環境基準の主要な類型である、「環境質基準」と「排出基準」の違いについて説明しなさい。
 - (2) ある環境問題において、その被害の大きさがそれぞれの地域(例えば都市部と地方)によって異なるとする。その対策として、全地域一律の環境基準を設定することのメリット、デメリットについて論じなさい。
- IV. 1924 年にクラレンス・ペリーによって提唱された「近隣住区論」について、以下の問いに答えなさい。
- (1) 近隣住区論の社会的背景と、理論の内容を説明しなさい。
 - (2) 近隣住区論を参照して建設された日本の都市の具体例と、その都市の現在の課題を述べなさい。

Urban and Regional Planning

Choose two problems from the following problems I-IV to answer. Use a separate answer sheet for each problem.

- I. Choose four terms from the following six terms, and then explain their meanings and/or concepts from the viewpoint of urban and regional planning.
- 1) Planning permission system
 - 2) Continuing Care Retirement Community (CCRC)
 - 3) Thermal recycle / Thermal recovery
 - 4) Value of (travel) time
 - 5) MaaS (Mobility-as-a-Service)
 - 6) Land bank / Land banking
- II. Answer the following questions regarding traffic assignment models for predicting traffic flow patterns on transportation networks.
- (1) Explain “user equilibrium assignment” (Wardrop’s first principle) and “system optimum assignment” (Wardrop’s second principle), respectively.
 - (2) In general, the traffic flow patterns under two assignment principles differ. Explain the reason for this difference and discuss a transport policy, which makes two assignment’s results the same, and issues of the policy.
- III. Answer the following questions regarding environmental standards.
- (1) “Ambient standards” and “emission standards” are typical types of environmental standards. Explain the difference between these two standards.
 - (2) Suppose that there is an environmental problem whose damages vary according to regions (e.g. urban and rural regions). Discuss the advantages and disadvantages of setting a uniform environmental standard which is applied to all regions in order to cope with this environmental problem.
- IV. Answer the following questions regarding “Neighborhood unit” proposed by Clarence Perry in 1924.
- (1) Explain the social background and the contents of the theory of Neighborhood unit.
 - (2) State an example of a Japanese city built referring to Neighborhood unit and describe current challenges in the city.