

令和2年度

筑波大学大学院博士課程
システム情報工学研究科
社会工学専攻
(社会工学学位プログラム,
サービス工学学位プログラム)

博士前期課程 (一般入学試験 8月期)

試験問題 専門科目

令和元年8月22日

筑波大学大学院 システム情報工学研究科
博士前期課程 社会工学専攻
令和2年度入学試験 学力検査問題
令和元年8月22日実施

専門科目

- (1) この冊子には下表に示す3つの出題分野の問題が含まれています。社会工学学位プログラムの受験者はその中から1つの出題分野を選択して解答しなさい。サービス工学学位プログラムの受験者は数学の問題に解答しなさい。
- (2) 各答案用紙の上部に、必ず受験番号を記入しなさい。
- (3) 解答の初めに、必ず出題分野と問題番号（例えば、数学 I.）を示しなさい。問題ごとに別の答案用紙に解答しなさい。

出題分野
数学
ミクロ経済学
都市・地域計画

University of Tsukuba
Graduate School of Systems and Information Engineering
Department of Policy and Planning Sciences
ENTRANCE EXAMINATION
August 22, 2019

Major Subjects

- (1) This package contains problems from 3 subject areas shown in the following table. Applicants for the Master's Program in Policy and Planning Sciences should choose one subject area to answer. Applicants for the Master's Program in Service Engineering should answer the problems in Mathematics.
- (2) Write your application number on the top of each answer sheet.
- (3) Write the subject area and the problem number (e.g., Mathematics I.) on the top of your answer. Use a separate answer sheet for each problem.

Subject Areas
Mathematics
Microeconomics
Urban and Regional Planning

数学

問題 I と II の両方に答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ．
以下では，実数全体の集合を \mathbb{R} とする．

- I. n 次元実ベクトル $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$, n 次正方実行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ に対して, ${}^t\mathbf{a}$, tA をそれぞれ \mathbf{a} の転置ベクトル, A の転置行列とする．次の 3 つの 3 次元実ベクトル

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

に対して, 3 つの 3 次正方実行列

$$P_1 = \mathbf{p}_1 {}^t\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \mathbf{p}_2 {}^t\mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_3 = \mathbf{p}_3 {}^t\mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

を定義し, さらに 3 つの実数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ に対して 3 次正方実行列

$$A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3$$

を定義する．以下の (1)-(5) に答えよ．

- (1) 以下の 3 次正方実行列の各要素を計算せよ．

$$\begin{pmatrix} {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3 \\ {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 \\ {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_3 \end{pmatrix}$$

- (2) 3 つの 3 次元実ベクトル $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_1$, $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_2$, $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_3$ それぞれを, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ と具体的な実数で表される x_1, x_2, x_3 を用いて, $x_1\mathbf{p}_1 + x_2\mathbf{p}_2 + x_3\mathbf{p}_3$ の形で表せ．

- (3) 3 次正方実行列 $A(1, 2, 3)$ の固有値をすべて求めよ．

- (4) n 次正方実行列 A について, 任意の n 次元実ベクトル $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ に対して ${}^t\mathbf{d}A\mathbf{d} \geq 0$ が成り立つとき, A は半正定値行列であるという．3 次正方実行列 $A(1, 2, 3)$ が半正定値行列であるか否か, 理由を付して述べよ．

- (5) 3 次正方実行列 $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ が半正定値行列であるための, 3 つの実数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ に関する必要十分条件について, 理由を付して述べよ．

II. 以下の (1)-(4) に答えよ.

(1) 実関数 $f(x), g(x)$ を以下のように定める. $x \neq 0$ の場合

$$f(x) = \frac{|\sin(x)|}{x}, \quad g(x) = \frac{x - \sin(x)}{|\sin(x)|^3},$$

$x = 0$ の場合 $f(0) = 1, g(0) = 1/6$.

x を任意の実数としたとき, 以下をそれぞれ求めよ.

- (i) x が 0 に近づくときの $f(x)$ の左側極限值
- (ii) x が 0 に近づくときの $f(x)$ の右側極限值
- (iii) x が 0 に近づくときの $g(x)$ の左側極限值
- (iv) x が 0 に近づくときの $g(x)$ の右側極限值

(実関数 $h(x)$ に対して, x が a に近づく時の左側極限值は $\lim_{x \rightarrow a-0} h(x), \lim_{x \rightarrow a-} h(x)$ 等で表記され, x が a に近づくときの右側極限值は $\lim_{x \rightarrow a+0} h(x), \lim_{x \rightarrow a+} h(x)$ 等と表記される.)

- (2) 実関数 $h(x)$ について, 次の i) と ii) の定義を書け. i) $h(x)$ は実数 a において左連続である. ii) $h(x)$ は実数 a において右連続である.
- (3) 次の不等式が成り立たないような $x \in (0, 1)$ が存在することを示せ.

$$\sin(x) < 0.99999x.$$

また, この問題において, 0.99999 を任意の $a \in (0, 1)$ に置き換えても成り立つか, 理由を付して述べよ.

(4) 次の定積分を計算せよ.

$$(i) \int_0^{\pi/2} x^2 \sin(x) dx \quad (ii) \int_0^{\pi/2} x^2 \cos(x) dx$$

Mathematics

Answer both questions I and II. Use a separate answer sheet for each question.
In what follows, let \mathbb{R} be the set of all real numbers.

- I. For an n -dimensional real vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$, and a real square matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ of order n , we denote the transpose of \mathbf{a} and the transpose of A as ${}^t\mathbf{a}$ and tA , respectively. For given three 3-dimensional real vectors

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

we define the following three real square matrices of order 3

$$P_1 = \mathbf{p}_1 {}^t\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \mathbf{p}_2 {}^t\mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_3 = \mathbf{p}_3 {}^t\mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

and define another real square matrix of order 3

$$A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3$$

for three real numbers $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$. Answer the following (1)-(5).

- (1) Calculate each element of the following real square matrix of order 3:

$$\begin{pmatrix} {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3 \\ {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 \\ {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_1 & {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_2 & {}^t\mathbf{p}_3\mathbf{p}_3 \end{pmatrix}$$

- (2) Represent each of the three 3-dimensional real vectors $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_1$, $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_2$ and $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)\mathbf{p}_3$ in the form $x_1\mathbf{p}_1 + x_2\mathbf{p}_2 + x_3\mathbf{p}_3$, where x_1, x_2, x_3 are expressed in terms of only $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ and concrete real numbers.
- (3) Find all of eigenvalues of the real square matrix $A(1, 2, 3)$ of order 3.
- (4) For a square real matrix A of order n , if ${}^t\mathbf{d}A\mathbf{d} \geq 0$ holds for any n -dimensional real vectors $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$, then the matrix A is called a positive semidefinite matrix. Determine whether the real square matrix $A(1, 2, 3)$ of order 3 is a positive semidefinite matrix or not, and describe the reason.
- (5) Discuss the necessary and sufficient conditions on the real numbers $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ so that the real square matrix $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ of order 3 is a positive semidefinite matrix, and describe the reason.

II. Answer the following (1)-(4).

- (1) Let us define real functions $f(x)$ and $g(x)$ as follows. For $x \neq 0$,

$$f(x) = \frac{|\sin(x)|}{x}, \quad g(x) = \frac{x - \sin(x)}{|\sin(x)|^3},$$

and for $x = 0$, $f(0) = 1$ and $g(0) = 1/6$.

Answer the following subquestions, when x is a real number.

- (i) the left-hand limit of $f(x)$ as x approaches 0,
- (ii) the right-hand limit of $f(x)$ as x approaches 0,
- (iii) the left-hand limit of $g(x)$ as x approaches 0,
- (iv) the right-hand limit of $g(x)$ as x approaches 0.

(For a real function $h(x)$, the left-hand limit of $h(x)$ as x approaches a is denoted by $\lim_{x \rightarrow a-0} h(x)$ or $\lim_{x \rightarrow a-} h(x)$, and so on, and the right-hand limit of $h(x)$ as x approaches a is denoted by $\lim_{x \rightarrow a+0} h(x)$ or $\lim_{x \rightarrow a+} h(x)$, and so on.)

- (2) For a real function $h(x)$, write down the definitions of the following statements i) and ii), respectively. i) $h(x)$ is continuous from the left at a real number a . ii) $h(x)$ is continuous from the right at a real number a .
- (3) Prove that there exists $x \in (0, 1)$ such that the follow inequality is not true.

$$\sin(x) < 0.99999x.$$

Discuss whether the above statement is still true if 0.99999 is replaced by an arbitrary $a \in (0, 1)$, and describe the reason.

- (4) Evaluate the following definite integrals.

$$(i) \int_0^{\pi/2} x^2 \sin(x) dx \quad (ii) \int_0^{\pi/2} x^2 \cos(x) dx$$

ミクロ経済学

I-III 全ての問題に答えよ。問題ごとに別々の解答用紙を使用すること。

I. 第 1 財を x_1 単位, 第 2 財を x_2 単位消費するある個人の効用関数が

$$u = x_1^a x_2^b, a > 0, b > 0$$

によって与えられるとする。第 1 財と第 2 財の価格はそれぞれ p_1, p_2 , 個人の所得は m とする。個人は効用を最大化する。以下の問いに答えよ。

- (1) 第 1 財と第 2 財の需要関数を求めよ。
- (2) 第 1 財は正常財か劣等財か, 理由を付して答えよ。
- (3) 第 1 財は通常財かギッフェン財か, 理由を付して答えよ。
- (4) 効用関数 u によって表現される個人の選好はホモセティックか否か, 理由を付して答えよ。
- (5) $a=b=1$ とする。当初, 第 1 財と第 2 財の価格は 4, 個人の所得は 160 であるとする。いま, 第 1 財の価格が 16 に上昇したとする。この価格変化が第 1 財の需要に与える全部効果, ヒックスの代替効果, および所得効果を求めよ。

II. 3 つの企業が存在するシュタッケルベルグ・モデルを考える。最初に, 企業 1 が生産する数量 q_1 を決定する。企業 2 は企業 1 の数量を観察し, 生産する数量 q_2 を決める。企業 3 は企業 1 と 2 の数量を観察し, 生産する数量 q_3 を決める。逆需要関数は, $P = A - Q$ とする ($A < Q$ の場合は $P = 0$)。ただし, P は市場価格, Q は総産出量を示し, $A > 0$ とする。各企業は利潤を最大化する。各企業の生産費用はゼロとし, 企業はお互いの生産費用を知っている。以下の問いに答えよ。

- (1) q_1 と q_2 を所与とした時の企業 3 が選択する数量を求めよ。
- (2) q_1 を所与とした時の企業 2 が選択する数量を求めよ。
- (3) 企業 1 が予想する企業 3 の数量を q_1 の関数として表せ。
- (4) 企業 1 が選択する数量を求めよ。
- (5) 均衡での各企業の利潤を求めよ。

III. ある年に野菜が例年よりも豊作であったため, 多くの農家は野菜を大量に廃棄した。この事例から, 野菜に対する需要の価格弾力性はどのような値を取っていると考えられるか。150 字以内で答えよ。

Microeconomics

Answer all problems I-III. Use a separate answer sheet for each problem.

- I. Suppose that the utility function of an individual who consumes x_1 units of good 1 and x_2 units of good 2 is given by

$$u = x_1^a x_2^b, a > 0, b > 0.$$

Let p_1 and p_2 be prices of goods 1 and 2, respectively, and let m be income available to the individual. The individual maximizes his/her utility. Answer the following questions.

- (1) Derive the demand functions for goods 1 and 2.
- (2) State whether good 1 is a normal good or an inferior good, and then give a reason for your answer.
- (3) State whether good 1 is an ordinary good or a Giffen good, and then give a reason for your answer.
- (4) State whether the individual's preferences represented by the utility function u are homothetic or not, and then give a reason for your answer.
- (5) Let $a = b = 1$. Originally the prices of goods 1 and 2 are 4 and the individual's income is 160. Now suppose that the price of good 1 rises to 16. Calculate the total change in demand for good 1 associated with this price change, the Hicks substitution effect, and the income effect.

- II. Suppose a version of the Stackelberg model with three firms. First, firm 1 picks its own output q_1 . Firm 2 observes firm 1's output and picks its own output q_2 . Firm 3 observes firm 1's output and firm 2's output, and it picks its own output q_3 . The inverse market demand function is given by $P = A - Q$ (with $P = 0$ if $A < Q$), where P denotes the market price, Q denotes the total output produced, and $A > 0$. All firms are profit maximizers. Their production costs are zero, and they know their production costs with one another. Answer the following questions.

- (1) Given q_1 and q_2 , calculate the output that firm 3 picks.
- (2) Given q_1 , calculate the output that firm 2 picks.
- (3) Calculate the firm 3's output that firm 1 anticipates as a function of q_1 .
- (4) Calculate the output that firm 1 picks.

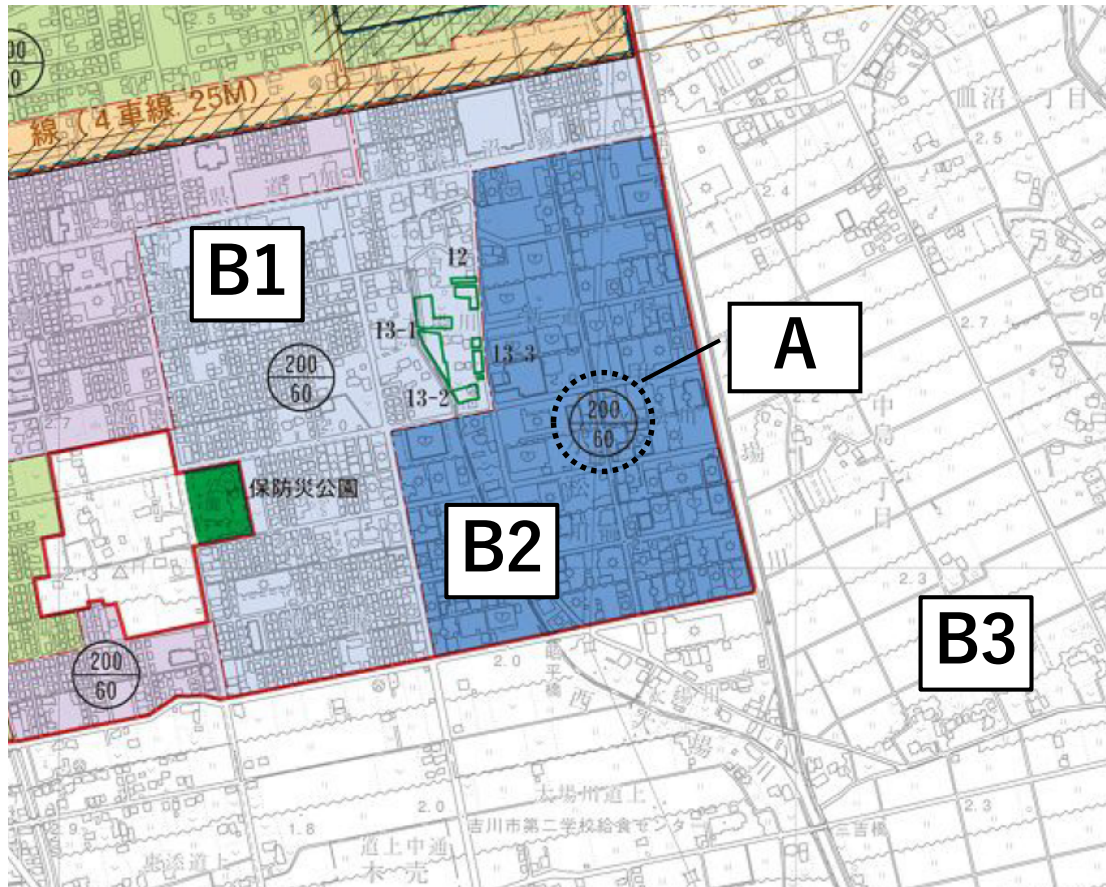
- (5) Calculate each firm's profit in an equilibrium.
- III. Since farmers had a much better harvest of vegetables in a given year than in previous years, most of them disposed of a lot of their vegetables. According to this case, what is the price elasticity of demand for vegetables? Explain your answer within 75 words.

都市・地域計画

以下の問題ⅠからⅣより2題選択して解答しなさい。問題ごとに別々の解答用紙を使用しなさい。

- I. 以下の6つの名称・用語から4つを選択して、それらの意味や内容について都市・地域計画の視点から説明しなさい。
- 1) 『明日：真の改革にいたる平和な道』
 - 2) 環境の本源的価値
 - 3) 交通需要マネジメント
 - 4) スマートシティ
 - 5) 土地区画整理事業
 - 6) (交通需要予測のための) 四段階推定法
- II. 交通計画の目標概念の一つである「アクセシビリティ」について以下の問いに答えなさい。
- (1) 「アクセシビリティ」とは何かを、「モビリティ（移動能力）」との概念の違いに言及しながら説明せよ。また、「アクセシビリティ」に影響を与える要素を2種類以上挙げよ。
 - (2) 中心市街地の活性化を目標とした交通計画では (i) 地区内の交通安全や良好な歩行空間と (ii) 地区へのアクセシビリティ、を確保することが一般的に重要である。(i) と (ii) を両立するための交通計画について論じなさい。その際、「通過交通」と「公共交通」について言及すること。
- III. 「カーボンプライシング」に関する以下の問いに答えなさい。
- (1) 「カーボンプライシング」とは何かを説明しなさい。
 - (2) 「カーボンプライシング」の導入（ないし強化）の利点と問題点について論じなさい。その際、「価格インセンティブ」と「家計の分配面への影響」について言及すること。

IV. 下の図は、ある都市の都市計画地図である。この地図に関する以下の問いに答えなさい。



(出典：吉川市都市計画図（平成 29 年）)

- (1) 地図に示されている情報について答えなさい。
 - a) 「A」に記載された、丸で囲われた2つの数字の意味を簡潔に説明しなさい。
 - b) 「B1」や「B2」の領域には色が塗られているが、「B3」の領域には色が塗られていない。その理由を簡潔に説明しなさい。
 - c) 「B1」と「B2」の領域に塗られた色は異なっている。この違いは何を示すのかを簡潔に説明しなさい。
- (2) 地図上の「12」、「13-1」などの数字が付された場所は、生産緑地地区である。生産緑地地区とは何かを簡潔に説明するとともに、生産緑地地区を巡る都市・地域計画上の現在の課題を述べなさい。

Urban and Regional Planning

Choose two problems from the following problems I-IV to answer. Use a separate answer sheet for each problem.

- I. Choose four terms from the following six terms, and then explain their meanings and/or concepts from the viewpoint of urban and regional planning.
- 1) *“To-morrow: A Peaceful Path to Real Reform”*
 - 2) Intrinsic value of environment
 - 3) Transportation/Travel demand management
 - 4) Smart city
 - 5) Land readjustment project
 - 6) Four-step model (for transportation/travel demand forecasting)
- II. Answer the following questions regarding the concept “accessibility,” which is one of the objectives in transportation planning.
- (1) Explain what the “accessibility” is, with mentioning the difference with the concept “mobility.” Also, raise at least two types of factors which affect the “accessibility.”
 - (2) For transportation planning for the central business district/downtown revitalization, it is generally important to ensure (i) traffic safety and good walking environment for pedestrians in the area as well as (ii) the accessibility to the area. Discuss a transportation planning for achieving both objectives (i) and (ii). Include discussions on “through traffic” and “public transportation.”
- III. Answer the following questions regarding the “pricing of carbon.”
- (1) Explain what the “pricing of carbon” is.
 - (2) Discuss the advantages and disadvantages of the “pricing of carbon.” Include discussions on “price incentive” and “distributional impacts on households.”

