平成３１年度

筑波大学大学院博士課程
システム情報工学研究科
社会工学専攻
（社会工学学位プログラム，
サービス工学学位プログラム）

博士前期課程（一般入学試験，
社会人特別選抜　２月期）

試験問題　専門科目

平成３１年１月３１日

筑波大学大学院　システム情報工学研究科
博士前期課程　社会工学専攻
平成３１年度入学試験　学力検査問題
平成３１年１月３１日実施

専門科目

(1) この冊子には下表に示す３つの出題分野の問題が含まれています．社会工学学位プログラムの受験者はその中から１つの出題分野を選択して解答しなさい．サービス工学学位プログラムの受験者は数学の問題に解答しなさい．

(2) 各答案用紙の上部に，必ず受験番号を記入しなさい．

(3) 解答の初めに，必ず出題分野と問題番号（例えば，数学 I. ）を示しなさい．問題ごとに別の答案用紙に解答しなさい．

出題分野
数学
ファイナンス
都市・地域計画

University of Tsukuba
Graduate School of Systems and Information Engineering
Department of Policy and Planning Sciences
ENTRANCE EXAMINATION
January 31, 2019

Major Subjects

(1) This package contains problems from 3 subject areas shown in the following table. Applicants for the Master's Program in Policy and Planning Sciences should choose one subject area to answer. Applicants for the Master's Program in Service Engineering should answer the problems in Mathematics.

(2) Write your application number on the top of each answer sheet.

(3) Write the subject area and the problem number (e.g., Mathematics I.) on the top of your answer. Use a separate answer sheet for each problem.

Subject Areas
Mathematics
Finance
Urban and Regional Planning

数学

問題 I と II の両方に答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用せよ．
以下では, 実数全体の集合を $\mathbb{R}$ とする．

I. $V = \mathbb{R}^n$ とする．ただし, n は 1 以上の整数である．

以下の問いに答えなさい．

(1) $\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \ldots, \boldsymbol{w}_k$ を V 中の k 個のベクトルとする．この k 個のベクトルが一次独立であることの定義を記しなさい．

(2) $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n\}$ が V の基底であるとする．以下の (a)〜(e) のうち, 必ず成り立つものをすべて選びなさい．

(a) $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n$ は一次独立である．

(b) どの 2 つの異なる i, j についても, $\boldsymbol{v}_i$ と $\boldsymbol{v}_j$ は直交する．

(c) どの i についても $\boldsymbol{v}_i$ の長さは 1 である．

(d) $W = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n)$ を $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n$ を列ベクトルとする行列とする．このとき, W の行列式は 1 または -1 である．

(e) V 中の任意のベクトル $\boldsymbol{x}$ に対して, $\boldsymbol{x} = \lambda_1 \boldsymbol{v}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{v}_2 + \cdots + \lambda_n \boldsymbol{v}_n$ を満たす $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ が存在する．

(3) $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n\}$ を V の基底, A を $n \times n$ 実行列とし,

$$\boldsymbol{x}_1 = A\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{x}_2 = A\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{x}_n = A\boldsymbol{u}_n$$

とする．また, $U = (\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n)$ を $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n$ を列ベクトルとする行列とし, $X = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$ を $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n$ を列ベクトルとする行列とする．
以下の 3 つの小問に答えなさい．

(3-1) 3 つの行列 A, U, X の間に成り立つ関係式を書け．

(3-2) A が正則であることが X が正則であることの必要十分条件となることを示せ．

(3-3) B を $n \times n$ 実行列とし,

$$\boldsymbol{y}_1 = B\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{y}_2 = B\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{y}_n = B\boldsymbol{u}_n$$

とする．さらに, $C = A \times B$ として,

$$\boldsymbol{z}_1 = C\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{z}_2 = C\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{z}_n = C\boldsymbol{u}_n$$

とする．また, $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n\}$ と $\{\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2, \ldots, \boldsymbol{y}_n\}$ はともに V の基底であるとする．このとき, $\{\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \ldots, \boldsymbol{z}_n\}$ が必ず V の基底となるか否かを記し, また, その理由を示せ．

II. 実関数 $f(x)$ を以下のように定める.

$$f(x) = \frac{1}{x(1-x)}.$$

以下の A, B に答えよ.

(A) x を任意の実数としたとき, 以下の小問に答えよ.

A-1. 以下をそれぞれ求めよ.

(i) x が 0 に近づくときの $f(x)$ の左側極限値
(ii) x が 0 に近づくときの $f(x)$ の右側極限値
(iii) x が 1 に近づくときの $f(x)$ の左側極限値
(iv) x が 1 に近づくときの $f(x)$ の右側極限値

（x が a に近づくときの左側極限値は $\lim_{x \to a-0} f(x)$, $\lim_{x \to a^-} f(x)$ 等と表記され, x が a に近づくときの右側極限値は $\lim_{x \to a+0} f(x)$, $\lim_{x \to a^+} f(x)$ 等と表記される.）

A-2. $y = f(x)$ のグラフを描け.

A-3. $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx$ を求めよ.

(B) x を $0 < x < 1$ を満たす実数としたとき, 以下の小問に答えよ.

B-1. $\displaystyle\int f(x)dx = t$ としたとき, $x = g(t)$ を求めよ. ただし, $g(0) = \frac{1}{2}$ とする.

B-2. $\lim_{t \to \infty} g(t)$ と $\lim_{t \to -\infty} g(t)$ をそれぞれ求めよ.

B-3. $x = g(t)$ のグラフを描け.

Mathematics

Answer both problems I and II. Use a separate answer sheet for each problem. In what follows, let $\mathbb{R}$ be the set of all real numbers.

I. Let $V = \mathbb{R}^n$, where n is an integer larger than or equal to 1.

Answer the following questions.

(1) Let $\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \ldots, \boldsymbol{w}_k$ be k vectors in V. Write down the definition of linear independence for these k vectors.

(2) Let $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n\}$ be a basis of V. Among the following (a)–(e), choose all items that always hold true.

(a) $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n$ are linearly independent.

(b) For every two different i and j, $\boldsymbol{v}_i$ and $\boldsymbol{v}_j$ are orthogonal.

(c) For every i, the length of $\boldsymbol{v}_i$ is 1.

(d) Let $W = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n)$ be a matrix that has $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_n$ as its column vectors. Then the determinant of W is equal to 1 or -1.

(e) For every vector $\boldsymbol{x}$ in V, there exist $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ such that $\boldsymbol{x} = \lambda_1 \boldsymbol{v}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{v}_2 + \cdots + \lambda_n \boldsymbol{v}_n$.

(3) Let $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n\}$ be a basis of V, A be an $n \times n$ real matrix, and set

$$\boldsymbol{x}_1 = A\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{x}_2 = A\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{x}_n = A\boldsymbol{u}_n.$$

Let $U = (\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n)$ be a matrix whose column vectors are $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_n$, and $X = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$ be a matrix whose column vectors are $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n$. Answer the following three subquestions.

(3-1) Write down an equation that relates the three matrices A, U, and X.

(3-2) Prove that X is nonsingular if and only if A is nonsingular.

(3-3) Let B be an $n \times n$ real metrix, and set

$$\boldsymbol{y}_1 = B\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{y}_2 = B\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{y}_n = B\boldsymbol{u}_n.$$

Further, let $C = A \times B$ and set

$$\boldsymbol{z}_1 = C\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{z}_2 = C\boldsymbol{u}_2,\ \ldots, \boldsymbol{z}_n = C\boldsymbol{u}_n.$$

Assume that both of $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_n\}$ and $\{\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2, \ldots, \boldsymbol{y}_n\}$ are bases of V. Answer whether $\{\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \ldots, \boldsymbol{z}_n\}$ is always a basis of V or not, and explain the reason.

II. Let us define a real function $f(x)$ as follows.

$$f(x) = \frac{1}{x(1-x)}.$$

Answer the following questions A and B.

(A) Answer the following subquestions, when x is a real number.

A-1. Find

(i) the left-hand limit of $f(x)$ as x approaches 0,
(ii) the right-hand limit of $f(x)$ as x approaches 0,
(iii) the left-hand limit of $f(x)$ as x approaches 1,
(iv) the right-hand limit of $f(x)$ as x approaches 1.

(The left-hand limit of $f(x)$ as x approaches to a is denoted as $\lim_{x \to a^-} f(x)$, $\lim_{x \to a-0} f(x)$, and so on, and the right-hand limit of $f(x)$ as x approaches to a is denoted as $\lim_{x \to a^+} f(x)$, $\lim_{x \to a+0} f(x)$, and so on.)

A-2. Draw the graph of $y = f(x)$.

A-3. Evaluate $\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx$.

(B) Answer the following subquestions, when x is a real number satisfying $0 < x < 1$.

B-1. Evaluate $x = g(t)$ for $\int f(x)dx = t$, where $g(0) = \frac{1}{2}$.

B-2. Find $\lim_{t \to \infty} g(t)$ and $\lim_{t \to -\infty} g(t)$.

B-3. Draw the graph of $x = g(t)$.

ファイナンス

問題 I と II の両方に答えよ．問題ごとに別々の解答用紙を使用すること．

I. 以下の問いすべてに答えよ．

(1) 企業の収益性を評価する主要な財務比率を 1 つ挙げ，その定義および重要性について説明せよ．

(2) 名目利子率と実質利子率の関係について説明せよ．

(3) 資本予算計画（capital budgeting）におけるサンクコストとは何か説明せよ．また，その例を 2 つ挙げ，それぞれについて説明せよ．

II. A 社と B 社という 2 つの企業を考える．両社は発行済株式数が 1 万株であり，この株式数を維持したまま，毎年 1 株あたり 90 ドルの配当を永久に支払うと仮定する．A 社と B 社の株式資本コストはそれぞれ 1 年あたり 15%と 10%である．無リスク利子率は 4%，市場ポートフォリオの期待収益率は 10%とする．推定誤差あるいは市場ポートフォリオが効率的ではないために，両社の株式のベータ値は等しく 1.5 と推定された．以下の問いすべてに答えよ．

(1) A 社と B 社の時価総額を求めよ．
(2) 資本資産評価モデル（CAPM）に従って，A 社の株式の期待収益率を求めよ．
(3) A 社と B 社のアルファ値を求めよ．
(4) 一般に企業の時価総額とアルファ値にはどのような関係があるか説明せよ．
(5) 市場ポートフォリオが非効率的となるような投資家の行動の例を 2 つ説明せよ．

Finance

Answer the following both problems I and II. Use a separate answer sheet for each problem.

I. Answer all the following questions.

(1) Give one key financial ratio to assess firm profitability, and explain the definition and the importance of the ratio.

(2) Explain the relationship between the nominal interest rate and the real interest rate.

(3) Explain what the sunk cost in capital budgeting is. Provide two examples and explain each of them

II. Consider two companies, Company A and Company B. Assume that both of the companies have ten thousand shares outstanding, and that they will maintain the number of shares and pay dividends of $90 per share every year in perpetuity. The equity costs of capital for Companies A and B are, respectively, 15% and 10% per year. Suppose that the risk-free interest rate is 4%, and the market portfolio has an expected return of 10%. Assume that both companies' stocks have the same estimated beta of 1.5, either because of estimation error, or because the market portfolio is not efficient. Answer all the following questions.

(1) Calculate the market capitalizations of Companies A and B.
(2) Calculate the expected return of Company A's stock according to the capital asset pricing model (CAPM).
(3) Calculate the alphas of Companies A and B.
(4) In general, explain how the market capitalizations of companies relate to their alphas.
(5) Explain two examples of investors' behavior that makes the market portfolio inefficient.

都市・地域計画

以下の問題 I から IV より 2 題を選択して解答しなさい。
問題ごとに別々の解答用紙を使用しなさい。

I. 以下の 6 つの名称・用語から 4 つを選択して、それらの意味や内容について都市・地域計画の視点から説明しなさい。

1) オールドニュータウン
2) エベネザー・ハワード
3) サードプレイス
4) 規模の経済
5) ブキャナンレポート
6) BRT (Bus Rapid Transit)

II. 日本の空き家問題について以下の問いに答えなさい。

(1) 日本の空き家問題の現状と発生要因について、日本の人口構造や市街地形成と関連付けて説明しなさい。

(2) 上記で述べた空き家問題について、現行の都市計画関連制度を活用した対応策を提案し、説明しなさい。

III. 空欄 (a) から (f) を埋め、都市空間と都市システムモデルに関する次の表を完成させよ。

提唱者	年	モデルの特徴	地域政策上の意義
ウェーバー	1909	(a)	(b)
ホテリング	1929	立地ゲームの設定における企業間の空間相互依存関係を説明している。	(c)
フォン・チューネン	1826	(d)	郊外に行くほど土地価格が下落すること、土地利用面積が大きくなること、がわかる。
アロンゾ	1964	(e)	(f)

IV. 交通施設整備にあたって、将来需要を予測することが必要である。需要予測には統計的モデルが用いられるが、需要の弾力性を把握しておくことが肝要であると言われる。これに関して以下の 2 問に答えなさい。

(1) 需要の弾力性とは何かを説明せよ。

(2) ある施設への需要 y が以下の式で表現される場合、変数 x_1 に対する需要の弾性値を示せ。

$$y = \alpha x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2}$$

α, β_1, β_2 ：パラメータ

Urban and Regional Planning

Choose two problems from the following problems I-IV to answer. Use a separate answer sheet for each problem.

I. Choose four terms from the following six terms, and then explain their meanings and/or concepts from the viewpoint of urban and regional planning.

1) Old new town
2) Ebenezer Howard
3) Third place
4) Economies of scale
5) Buchanan Report
6) BRT (Bus Rapid Transit)

II. Answer the following questions about the vacant housing issues in Japan.

(1) Explain the current situation(s) and cause(s) of the vacant housing issues in Japan referring to the demographic structure and the urban development in Japan.

(2) Suggest and explain the solution(s) of the vacant housing issues you explained in the previous question by taking advantage of the existing urban planning systems.

III. Fill blanks from (a) to (f) to complete the following table regarding models in urban space and urban systems.

proponent	year	features of the model	implication to regional policies
Weber	1909	(a)	(b)
Hotelling	1929	It explains the spatial interdependence among firms in the setting of the location game.	(c)
Von Thünen	1826	(d)	It can explain that land price declines and the land use area increases as approaching the suburbs.
Alonso	1964	(e)	(f)

IV. In developing transportation facilities, it is necessary to predict future demand. The statistical model is used for the demand prediction and it is important to grasp the elasticity of the demand. Answer the following two questions:

(1) Explain what the elasticity of demand is.

(2) Assume the demand y for a facility is expressed by the following equation. Calculate the elasticity value of demand with respect to variable x_1.

$$y = \alpha x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2}$$

α, β_1, β_2 : given parameters