

# ネットワークモデルにおける社会的伝播規則の考察とその拡張

経営工学専攻 201111260 末永 大修

指導教員：繁野 麻衣子 教授

## 1. 目的

近年、Facebook や Twitter などのソーシャルネットワークサービスの急速な普及により、個人の思想の選択に対するネットワーク効果や社会的影響への関心が高まっている。特に企業などは口コミや宣伝で様々な手法を用いて多くの客を獲得しようとしている。このようなネットワーク効果や社会的影響による情報の広がりや社会的伝播という。つまり、個人や国などの様々な単位をノードとみて、それらの関係性をエッジで表した社会ネットワーク上で、情報などが伝わり広がっていく現象を社会的伝播とよぶ。社会的伝播の起こる様を明らかにし効率的な伝播方法が判明すれば、それを実社会にあてはめることで、企業の効果的なマーケティングが期待できる。逆に伝染病やいじめなどの負の要素の拡散防止にも役立つといえる。

社会的伝播の状態を解明する研究では、対象ネットワークをグラフで表現し、そのグラフ上で伝播の状態をモデル化し分析する。伝播モデルは、伝播する情報の種類や伝播ルールに不確実性を含まるか否かなどで様々な種類がある。もっとも単純なモデルの一つに、Kim ら [?] による伝播する情報は 1 種類で、不確実性を含まないモデルがある。彼らの研究では、各ノードは情報を持っている感染ノードか情報を持っていない非感染ノードのいずれかの状態にあり、非感染ノードは感染ルールに従い、感染ノードに変わる。そして、最終的に全てのノードが感染ノードとなるような初期の感染ノードの数や配置の特徴づけを行っている。

Kim ら [?] の対象としているグラフは簡単なグラフであり、実社会への応用の面からはより複雑なグラフ上での初期の感染ノードの数や配置の特徴づけが必要となる。そこで、本研究では Kim ら [?] の感染ルールに従い、より複雑なグラフ上での初期感染ノードの分析を行う。さらに、Kim ら [?] の感染ルールは伝播が起こりにくい状況にあるため、このルールを緩和した場合の初期感染ノードの分析も行う。

## 2. 感染モデル

ネットワーク上の不確実性を含まない社会的感染モデルの 1 つである、Kim ら [?] の先行研究を紹介する。

ノード集合  $V$ 、枝集合  $E$  からなる無向グラフ  $G = (V, E)$  上で感染モデルを扱う。各ノードは、感染ノード (infected node) と非感染ノード (non-infected node) のいずれかの状態にある。以下感染ノードを●、非感染ノードを○、ノード  $v$  の隣接ノード集合を  $\Gamma(v)$  と表す。感染は感染ルールに従い発生し、○であるノードが●に変わる。一度●になった

ノードは再び○に変わることはないものとする。感染ルールとして能動的感染 (以下、active 感染) と受動的感染 (以下、passive 感染) を考える。

active 感染とは、●であるノード  $v$  の隣接ノードの 1 つ  $u$  が○であり、その他の隣接ノード  $\Gamma(v) \setminus \{u\}$  がすべて●であるとき、 $u$  は●に変わるルールである。例を見ると、図??のグラフにおいて  $v_1, v_4, v_5$  が●であるとき、くり返し active 感染をするケースを考える。●である  $v_5$  の隣接ノードのうち○であるのは  $v_3$  のみなので  $v_3$  が●に変わる。次に●である  $v_1$  または  $v_4$  の隣接ノードのうち○であるのは  $v_2$  のみなので  $v_2$  が●に変わる。

passive 感染とは、○であるノード  $v$  の隣接ノード  $\Gamma(v)$  のすべてが●であるとき、 $v$  は●に変わるルールである。例を見ると、図??のグラフにおいて  $v_1, v_4, v_5$  が●であるとき、くり返し passive 感染をするケースを考える。●である  $v_2$  の隣接ノードは●のみなので  $v_2$  が●に変わる。同様に  $v_3$  の隣接ノードは●のみなので  $v_3$  が●に変わる。

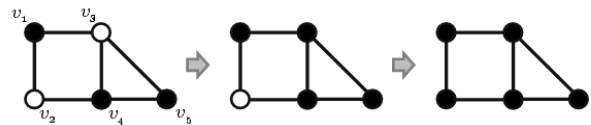


図 1 active 感染の例

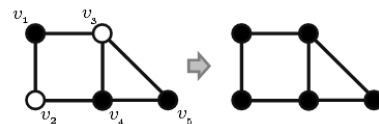


図 2 passive 感染の例

感染ルールをくり返し、グラフ  $G$  のすべてのノードが●に変わることを  $G$  の全感染とよぶ。全感染が起こるときの最初に配置した●の集合をそれぞれの感染ルールで active 全感染元集合、passive 全感染元集合とよぶ。グラフ  $G$  における全感染元集合で最小の要素数をそれぞれ全感染元最小ノード数とよび、active 感染では  $z(G)$ 、passive 感染では  $\tau(G)$  で表す。

## 3. 全感染元最小ノード集合

Kim ら [?] は、スターグラフ、サイクルグラフ、パスグラフ、拡張サイクルグラフにおける active, passive 全感染元最小ノード数を示しているが、本論文では Kim ら [?] を元に、より詳細で正確なそれぞれのグラフの active, passive 全感染元最小ノード数の証明を示した。また、Kim ら [?] の感染モデルを拡張パスグラフ、木グラフ、格子グラフに適用

した時の active, passive 全感染元最小ノード集合について証明を与えた。

### 3.1. グラフ間の比較

拡張サイクルグラフと拡張パスグラフの全感染元最小ノード数  $z(G)$ ,  $\tau(G)$  の違いを表??に示す。拡張サイクルグラフと拡張パスグラフの違いとしては、端が存在するかどうかである。端の存在によって各ノードに次数の違いが生まれる。次数が少ないノードの方が、感染が起こるために必要な●は少なくて済む。よって拡張パスグラフの方が  $z(G)$ ,  $\tau(G)$  の必要数は減る。

active 感染において拡張サイクルグラフと拡張パスグラフでは、一度感染が起こればすべてのノードに感染が伝播する。拡張パスグラフは端があるので  $z(G)$  は  $k$  で済む。一方、拡張サイクルグラフは端がないので1つのノードの次数である  $2k$  だけ  $z(G)$  は必要となる。

passive 感染において拡張パスグラフで●でないノードの中で最も片方の端に近いノードは、自身より外側にノードがあれば●のみなので、自身より外側の隣接ノードを考慮しなくてよい。逆の端に近い  $B$  でないノードも同様である。よって●でない要素の最も外側に近いノードの間を考えるのみでよい。一方、拡張サイクルグラフは端がないので、すべての●でない要素ですべての隣接ノードを考慮しなくてはならない。このため  $\tau(G)$  の違いが生まれる。

表1 拡張サイクルグラフと拡張パスグラフの全感染元最小ノード数の比較

	$z(G)$	$\tau(G)$
拡張サイクルグラフ [?]	$2k$	$\lceil \frac{nk}{k+1} \rceil$
拡張パスグラフ	$k$	$\lfloor \frac{nk}{k+1} \rfloor$

$n$ : ノード数,  $k$ : 各ノードは両側にそれぞれ  $k$  個ずつのノードと隣接

### 4. 新たな感染ルール

passive 感染を緩和させ、より伝播が ocorrência やすい新たな感染ルール semi passive 感染, half passive 感染, majority passive 感染を考え、それぞれでの拡張サイクルグラフ, 拡張パスグラフでの全感染元最小ノード数 ( $\tau_s(G)$ ,  $\tau_h(G)$ ,  $\tau_m(G)$ ) を求めた。  $v$  が○から●に変わるのは、semi passive 感染では  $v$  の隣接ノードのうち○が1個以下のとき、half passive 感染では  $v$  の隣接ノードのうち○の数が半分以下のとき、majority passive 感染では  $v$  の隣接ノードのうち○の数が半分未満のときである。

### 5. 結果

ネットワーク上の効率的な情報伝播方法を解明するために感染ルールを Kim ら [?] より複雑なグラフに適用し分析、緩和した感染ルールの分析を行った。証明を与えた全感染元最小ノード数をグラフ, 感染ルールごとに表??, 表??に

まとめる。

表2 様々なグラフの  $z(G)$ ,  $\tau(G)$

	$z(G)$	$\tau(G)$
スター [?]	$n - 2$	1
サイクル [?]	2	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
パス [?]	1	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
拡張サイクル [?]	$2k$	$\lceil \frac{nk}{k+1} \rceil$
拡張パス	$k$	$\lfloor \frac{nk}{k+1} \rfloor$
木	$ L(T_n)  - 1^{*1}$	$\min\{ D_{even} ,  D_{odd} \}^{*1}$
$m \times n$ 格子	$m^{*1}$	$\lfloor \frac{mn}{2} \rfloor$
$2 \times n$ 梯子	2	$n$

$L(T_n)$ : 葉ノードの集合,  $D_{odd}(v)$ :  $T_n$  のあるノード  $v$  からの距離が奇数であるノード集合,  $D_{even}(v)$ : 偶数であるノード集合

\*1 上限のみ示した

表3 拡張サイクルグラフと拡張パスグラフの  $\tau(G)$ ,  $\tau_s(G)$ ,  $\tau_h(G)$ ,  $\tau_m(G)$

	拡張パスグラフ	拡張サイクルグラフ
$\tau(G)$	$\lfloor \frac{nk}{k+1} \rfloor$	$\lceil \frac{nk}{k+1} \rceil$
$\tau_s(G)$	$n - \lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor - \lfloor \frac{n-1}{k+1} \rfloor$	$n - \lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor - \lfloor \frac{n-1}{k+1} \rfloor$
$\tau_h(G)$	$\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$	$k$
$\tau_m(G)$	$\begin{cases} \lfloor \frac{k}{2} \rfloor + \lfloor \frac{n}{k} \rfloor & (k : odd) \\ \lfloor \frac{k}{2} \rfloor + \lfloor \frac{n-1}{k+1} \rfloor & (k : even) \end{cases}$	$k - 1 + \lfloor \frac{n+1}{k+1} \rfloor$

### 6. 今後の課題

挙げられる課題としては、上限のみ示している全感染元最小ノード数の下限の証明、他の感染ルールを考案、他のグラフへの適用、感染の不確実性の導入、現実の社会的伝播との比較、○と●以外のノードの種類を追加、部分的な有向グラフの採用、計算機実験などがある。

### 参考文献

- [1] In-Jae Kim, Brian P.Barthel, Yuyoung Park, Jordan R.Tait, Joseph L.Dobmeier, Sung Kim, Dooyoung Shin, Network analysis for active and passive propagation models, Networks Volume 63, Issue 2, 160-169, 2014