

# 社債情報・格付情報による業種別デフォルト確率の推定

201011264 大杉 尚也

社会経済システム専攻 指導教員：庄司 功 教授

## 1. はじめに

### 1.1 研究背景・意義

証券投資をする際には、様々な情報から投資リスクを把握する必要がある。投資判断において特に注意すべきは、近年破綻する企業が少なくないという点である。

企業がどの程度の確率でデフォルトするかを表すデフォルト確率の期間構造を推定することができれば、企業の投資リスクを定量的に把握することができ、投資判断に活用することができる。

### 1.2 先行研究

企業のデフォルト確率を推定する研究は多くされている。ここでは代表的な方法として、格付推移行列を用いてデフォルト確率を推定する方法とその問題点について紹介する。

Jarrow, Lando and Turnbull [1]におけるモデルは、信用リスク・スプレッドの期間構造を、マルコフモデルを利用し説明するものであり、格付とデフォルト確率を結びつけるモデルとなっている。モデルには格付が1期間にどのような確率で変化するかを表す格付推移行列を用いる。

この方法は確率過程モデルを利用しており、特殊な仮定を必要とする。従って、モデルは複雑になってしまい、実証分析において現実の状況にそぐわないことが問題点となる。

### 1.3 社債価格モデルを利用する方法

社債価格モデルは確率過程モデルを利用せず、特殊な仮定を想定する必要がないため、現実の状況によく当てはまり、もっともらしいモデルと言える。本研究で社債価格モデルを利用するにあたり参考にする論文はKariya [2]である。

続いて、Kariya[2]の社債価格モデルについて説明する。Kariya[2]では、将来のキャッシュフローにデフォルトリスクが含まれていると考えている。k期のクーポンを $c_k$ 、k期のデフォルト確率を $p(k)$ 、k期の回収率を $\gamma(k)$ とすると、k期の期待クーポン $\bar{c}_k$ は、

$$(1.1) \quad \bar{c}_k = c_k [1 - p(k)] + 100\gamma(k)[p(k) - p(k-1)]$$

と表すことができる。

(1.1)の意味は、社債の期待クーポンは(k期のクーポン)×(k期までに倒産しない確率)と、(元金)×(回収率)×(k-1期とk期の間に企業が倒産する確率)の和で表すことができるということである。

Kariya[2]では、社債の利回りにはリスクが含まれていないと考えているため、利回りと対応関係である割引率にもリスクは含まれていない。従って、社債の割引率はデフォルトリスクのない債券の割引率、つまり、国債の割引率と同値で

あるとしている。k期の国債の割引率を $\bar{D}_k$ とすると、k期のキャッシュフローの現在価値は、

$$(1.2) \quad \bar{c}_k \cdot \bar{D}_k$$

となる。

社債価格はキャッシュフローの現在価値の和で表されるため、満期までにクーポンが支払われる回数をnとすると、社債価格モデルで計算される価格Pは、

$$(1.3) \quad P = \sum_{k=1}^n \bar{c}_k \cdot \bar{D}_k$$

と表すことができる。

この社債価格と現実に公表されている社債価格が同値であると考えており、このことからキャッシュフローに含まれているデフォルト確率の期間構造を推定しようとしているのがKariya[2]の方法である。

Kariya[2]ではデフォルト確率のモデルにパラメータを含んでおり、デフォルト確率を推定するにはこのパラメータを推定する必要がある。このパラメータの推定が複雑であるために、実証的な分析を行うことができなかった。

### 1.4 研究目的

本研究では、Kariya[2]のモデルでは実証分析ができなかったことを解決するために、デフォルト確率の期間構造の推定が可能な新たな社債価格モデルを提案する。

本研究の目的は、新たな社債価格モデルを利用し、現実の状況において実証分析をし、デフォルト確率の期間構造を推定することである。

## 2. デフォルト確率モデル

新たな社債価格モデルでは、社債の利回りにデフォルトリスクの情報が含まれていると考える。利回りと割引率は対応関係にあるので、割引率にもデフォルトリスクの情報が含まれているということである。社債のk期の割引率を $\tilde{D}_k$ とすると、社債のk期のキャッシュフローの現在価値は、

$$(2.1) \quad c_k \cdot \tilde{D}_k$$

となる。

この現在価値と、Kariya[2]におけるk期のキャッシュフローは、同じ時点のキャッシュフローを異なる視点からみているだけなので、同じ値である。従って、(1.2)と(2.1)から以下の等式が得られる。

$$(2.2) \quad \bar{c}_k \cdot \bar{D}_k = c_k \cdot \tilde{D}_k$$

(1.1)と(2.2)より、k期のデフォルト確率 $p(k)$ は、

$$(2.3) \quad p(k) = \frac{1}{100\gamma(k) - c_k} \left[ 100\gamma(k) \cdot p(k-1) + \frac{c_k \cdot \tilde{D}_k}{\bar{D}_k} \right]$$

と表すことができる。

ただし、本研究の実証分析では回収率  $\gamma(k)$  はゼロとして扱う。従って、 $k$  期のデフォルト確率  $p(k)$  は、

$$(2.4) \quad p(k) = 1 - \frac{\tilde{D}_k}{D_k}$$

となる。

### 3. 分析方法

#### 3.1 利回りの期間構造の推定

2 節でデフォルト確率の期間構造の推定には、 $k$  期の国債と社債の割引率が必要であることを述べた。割引率の期間構造を推定するためには、利回りの期間構造が必要である。今回の分析では、この利回りの期間構造を非線形最適化で推定する。非説明変数に利回り、説明変数に残存期間、格付、クーポン率を用いる。

#### 3.2 利回りから割引率を求める方法

$k$  期の利回りを  $s_k$ 、年あたりに支払われる回数を  $m$  とすると、 $k$  期の割引率  $d_k$  は、

$$(3.1) \quad d_k = \frac{1}{(1 + s_k/m)^{mk}}$$

となる。

### 4. データ

ここでは利回りの期間構造の推定の際に利用する変数のデータについて説明する。

分析に利用する利回り、残存期間、クーポン率は日本証券業協会から得られる 2013 年 8 月 30 日の日次データを利用する。格付は、格付投資情報センター(R&I)は 2013 年 8 月の月次データを、日本格付研究所(JCR)は 2013 年 8 月 30 日の日次データをそれぞれ利用する。

#### 4.1 国債、社債データの概要

国債は利付債の中から、中期国債、長期国債、超長期国債を利用した。債券数は 309(残存期間:1 ヶ月~40 年)。社債は 20 業種に分類する。全債券数は 2244(残存期間:1 ヶ月~27 年)である。

#### 4.2 変数の説明

分析に利用する利回りは複利利回りである。本研究での債券は年に 2 回クーポンが支払われるとする。残存期間はクーポンの支払い回数に対応する値に設定する。また、残存期間については、より利回りを正確に推定するために残存期間の 2 乗と 3 乗も説明変数として加える。格付の値は AAA=1、AA=2 というように格付が下がるにつれ、値が大きくなるように設定する。クーポン率は得られるデータをそのまま利用する。

### 5. 実証分析

今回の研究の実証分析において注目すべき点は、デフォルト確率の期間構造に格付間で差がみられるのか、そして、業

種間では差がみられるのかという点である。20 業種の実証分析を行ったが、ここでは例として 2 業種を取り上げる。

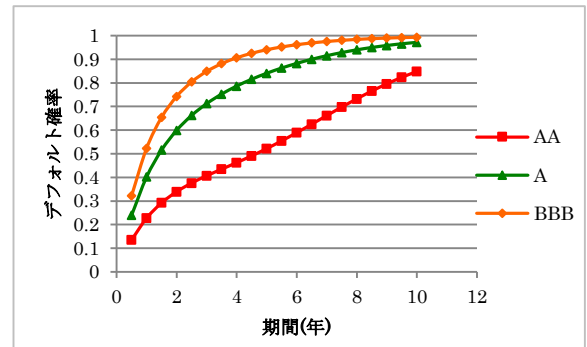


図 1. 銀行業のデフォルト確率の期間構造

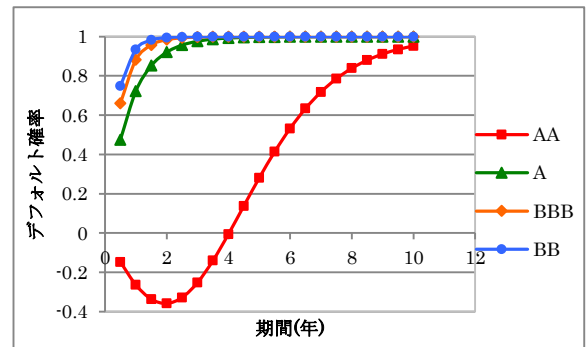


図 2. 電力業のデフォルト確率の期間構造

以上の分析から、デフォルト確率の期間構造には格付間、業種間で差がみられることがわかった。従って、デフォルト確率の期間構造の推定において格付、業種を区別するという方法は有効である。

しかし、デフォルト確率がマイナスになる格付があることや、各業種の多くの格付のデフォルト確率が 99%になるという問題もある。

### 6. まとめ

本研究では、Kariya [2]のモデルで実証分析ができなかったことを解決するために、新たな社債価格モデルを提案し、Kariya[2]のモデルと組み合わせることによって、デフォルト確率の期間[3]構造を推定できるモデルを開発した。実証分析において、20 業種のデフォルト確率の期間構造を推定することができた。

### 参考文献

- [1] Jarrow, Robert A., Lando, David and Turnbull I, Stuart M. (1997) "A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spread". The Review of Financial Studies., Vol.10, No.2, pp.481-523.
- [2]Kariya, Takeaki. (2012) "A CB (corporate bond) pricing probabilities and recovery rates model for deriving default probabilities and recovery rates". IMS Collections. Institute of Mathematical Statistics, 22pp. <http://arxiv.org/abs/1206.4766>.