

筑波大学オープンキャンパス模擬講義 2021

# 「つながり」の数学： ネットワーク科学入門

理工学群 社会工学類  
社会経済システム専攻  
助教 佐野 幸恵

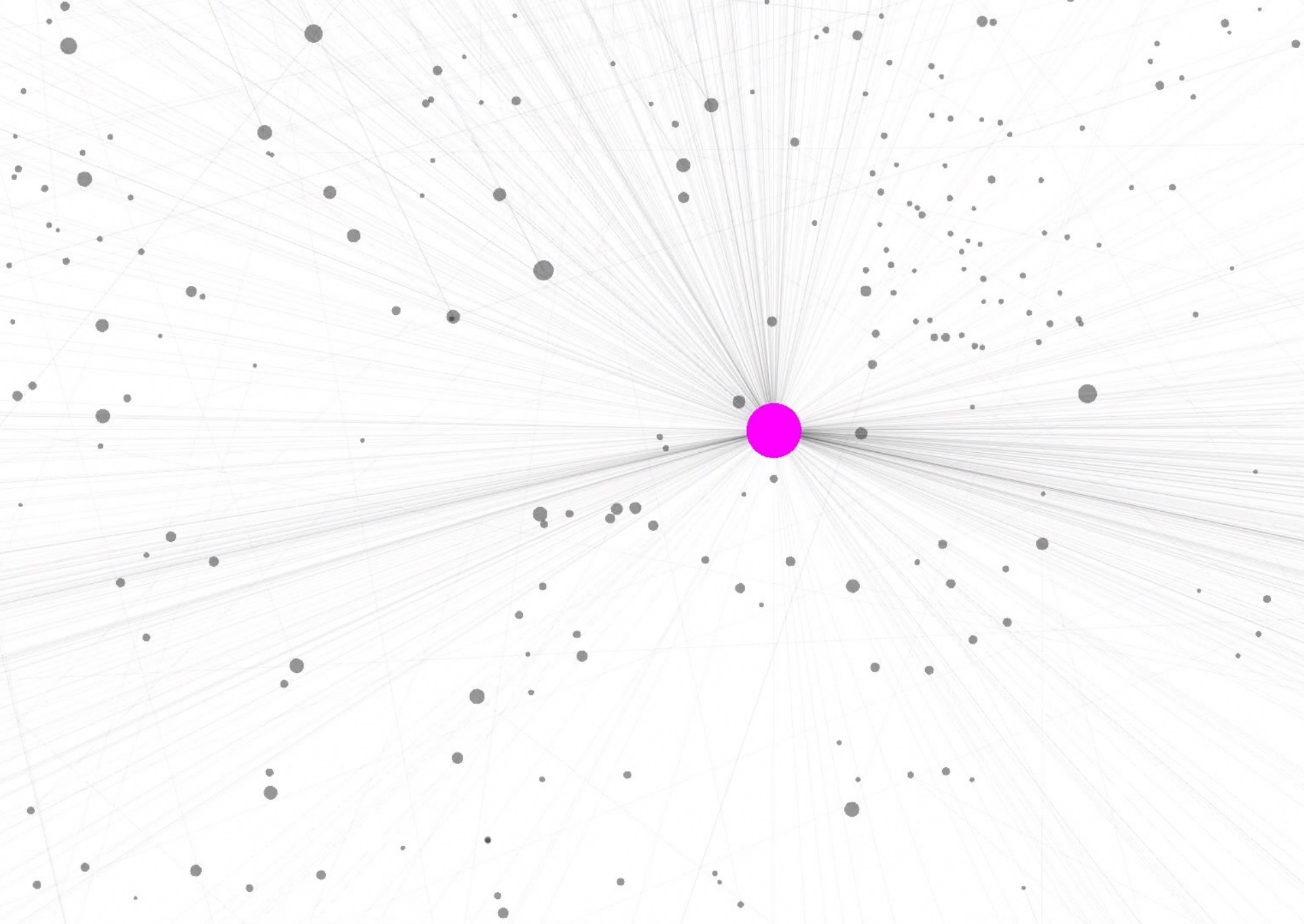
# つくばの社工



この授業では例として、

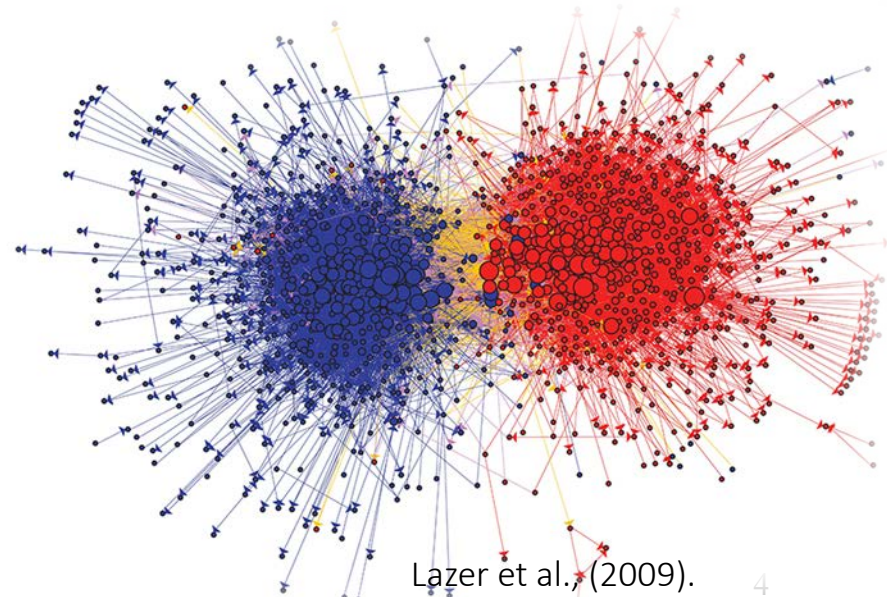
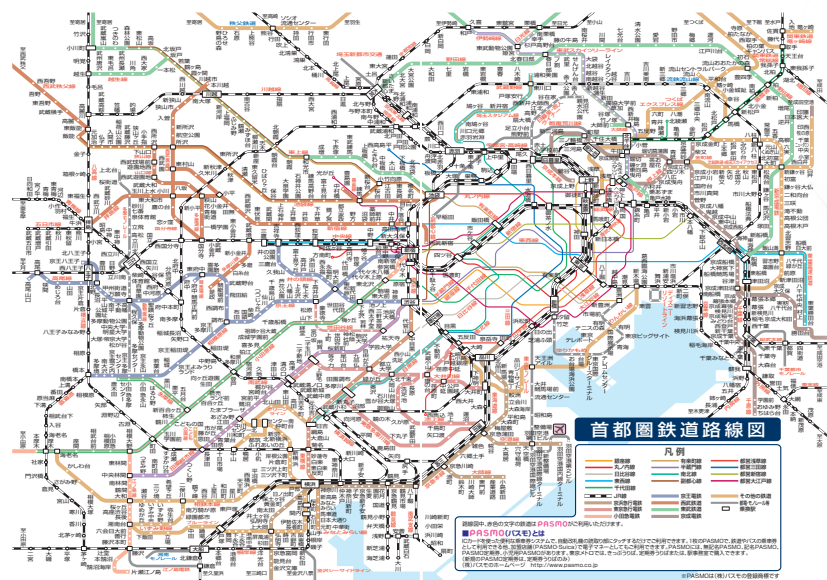
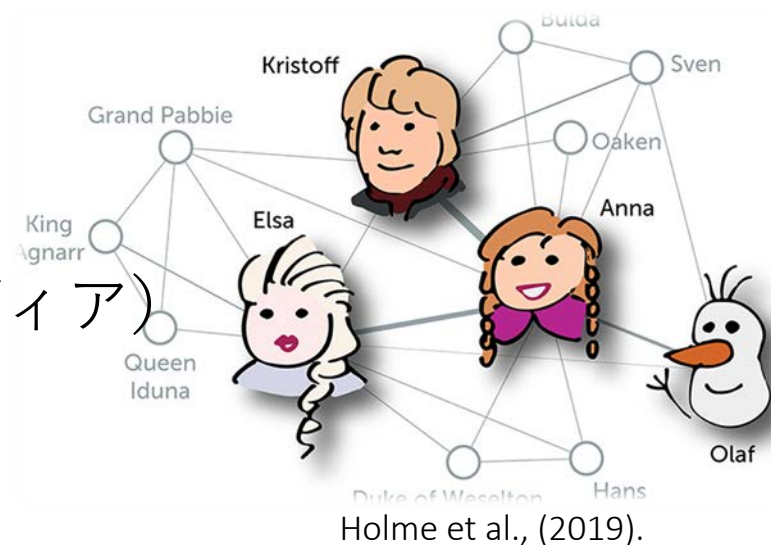






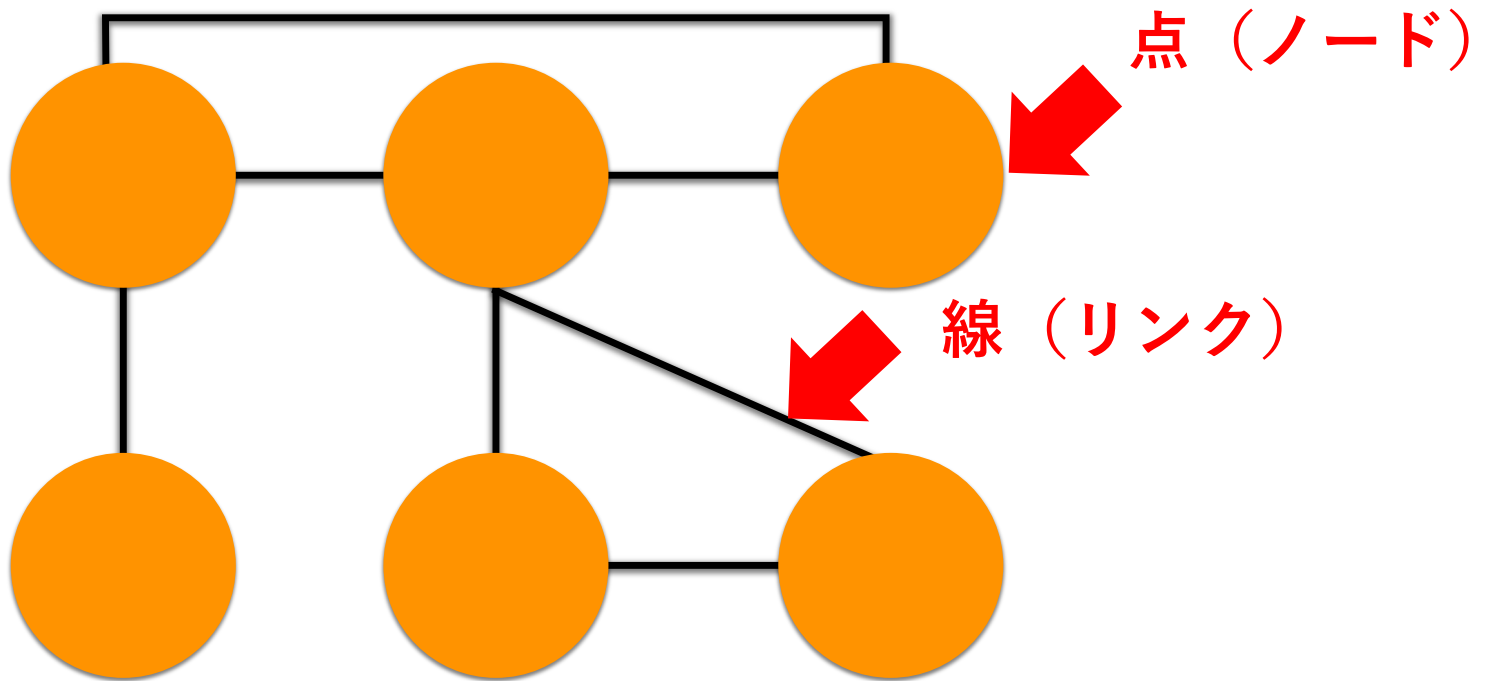
# 社会は「つながり」でできている！

- 人間のつながり
  - 家族、親戚、学校、部活
- インターネット
  - WWW、SNS（ソーシャルメディア）
- 交通網
  - 鉄道、航空、バス



# つながりとはネットワーク

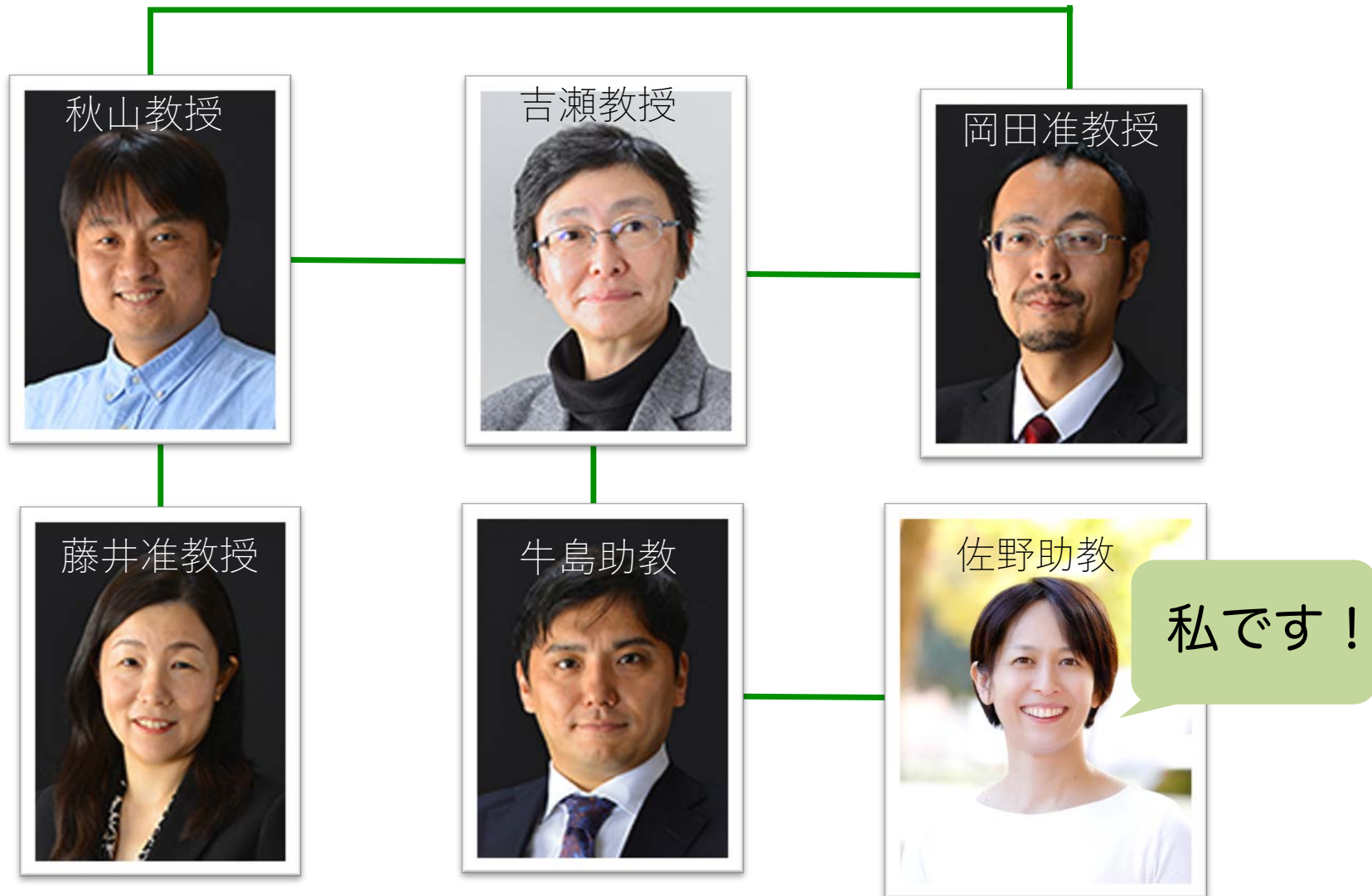
- つながり = 「点」と「線」の関係



高度に抽象化された世界

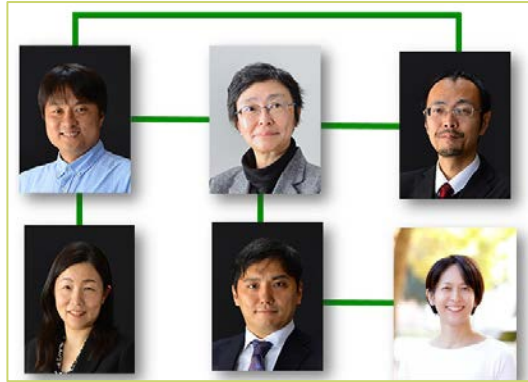


# こんな関係があったとする



関係性を表すネットワーク

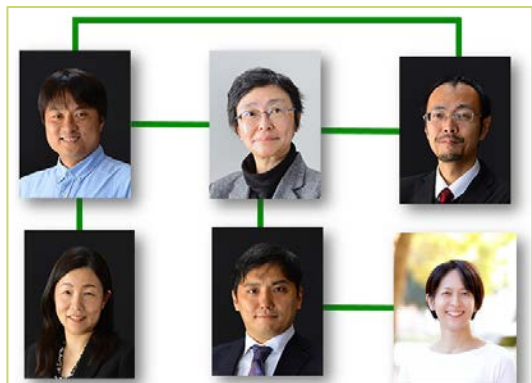
# 関係を表にまとめると



リンクがあれば1,  
なければ0  
自分自身は0とする

|                                                                                     |  |  |  |  |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 1                                                                                   | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 1                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|   | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   |
|  | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 0                                                                                   |

# 関係を「行列」で表現



正方行列

対称行列

(上半分と下半分が同じ)

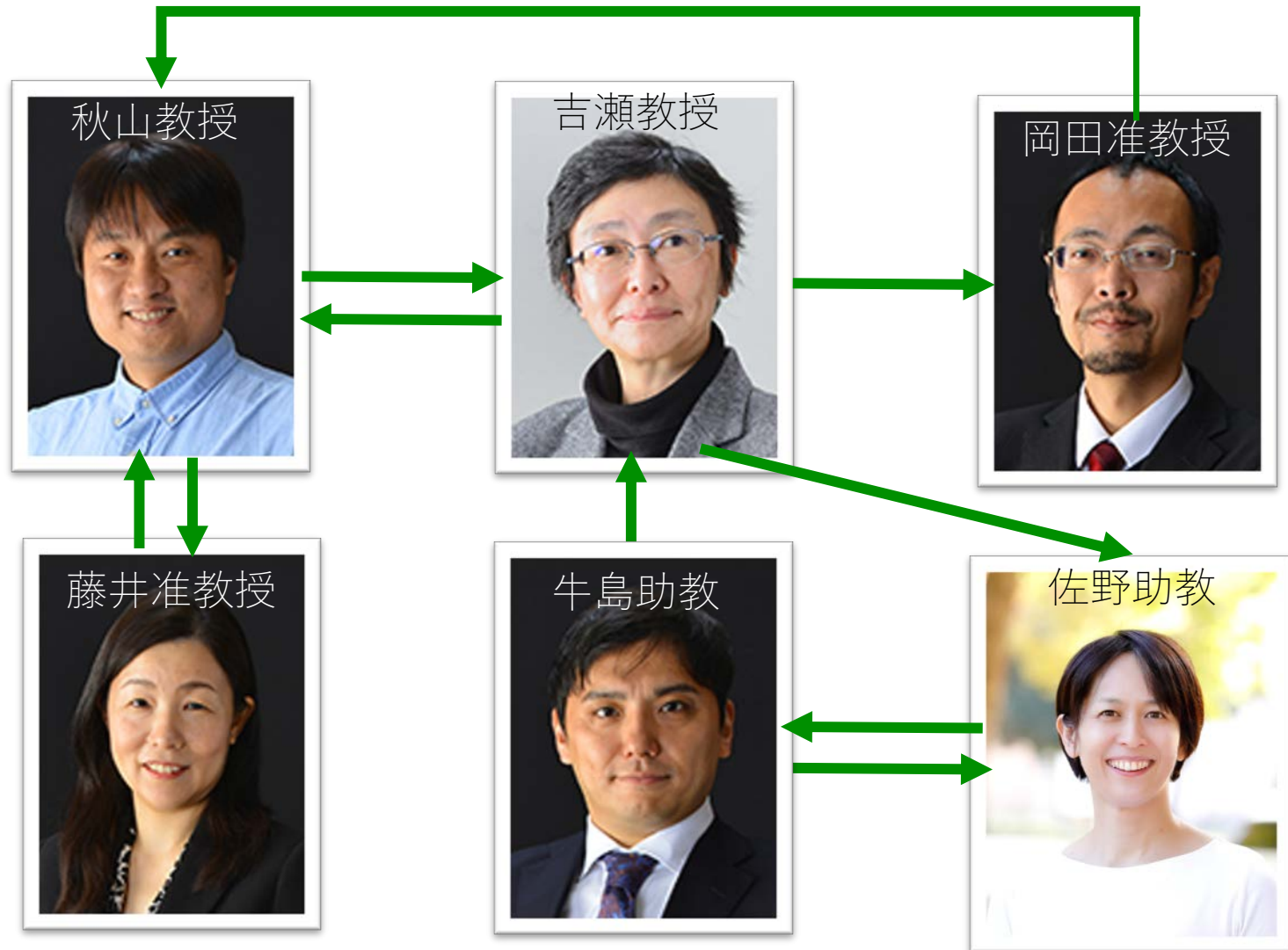
|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

数学的に扱うことができる！

対角成分  
(自分自身との関係)

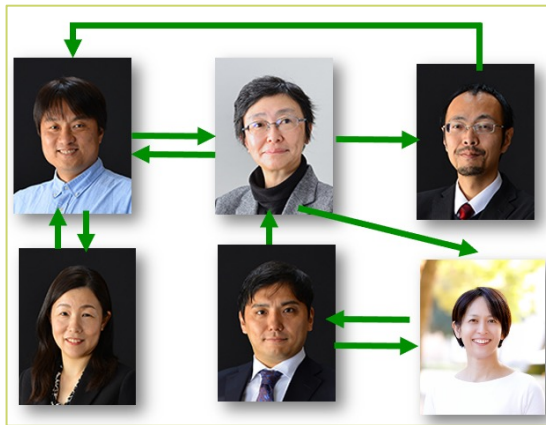


# 少し複雑な関係



好き嫌い、など矢印に向きのあるネットワーク

# 関係を表にまとめると

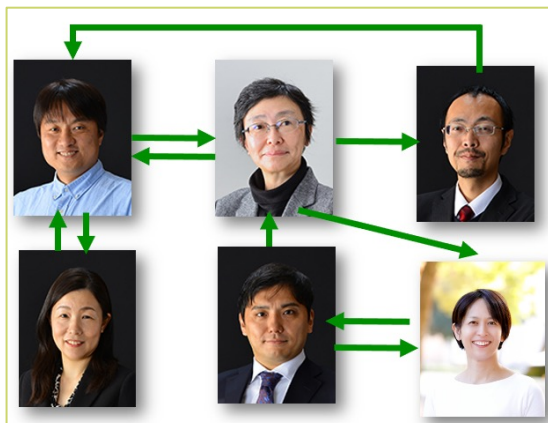


自分から出した矢印があれば1,  
なければ0  
自分自身は0とする

|                                                                                     |  |  |  |  |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|    | 1                                                                                  | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   |
|   | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   |
|  | 0                                                                                  | 1                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 1                                                                                   | 10                                                                                  |

赤字：向きがない場合から変化した

# 関係を「行列」で表現



1行目の合計 = 2



## が出す矢印の合計

1列目の合計 = 3



が受ける矢印の合計

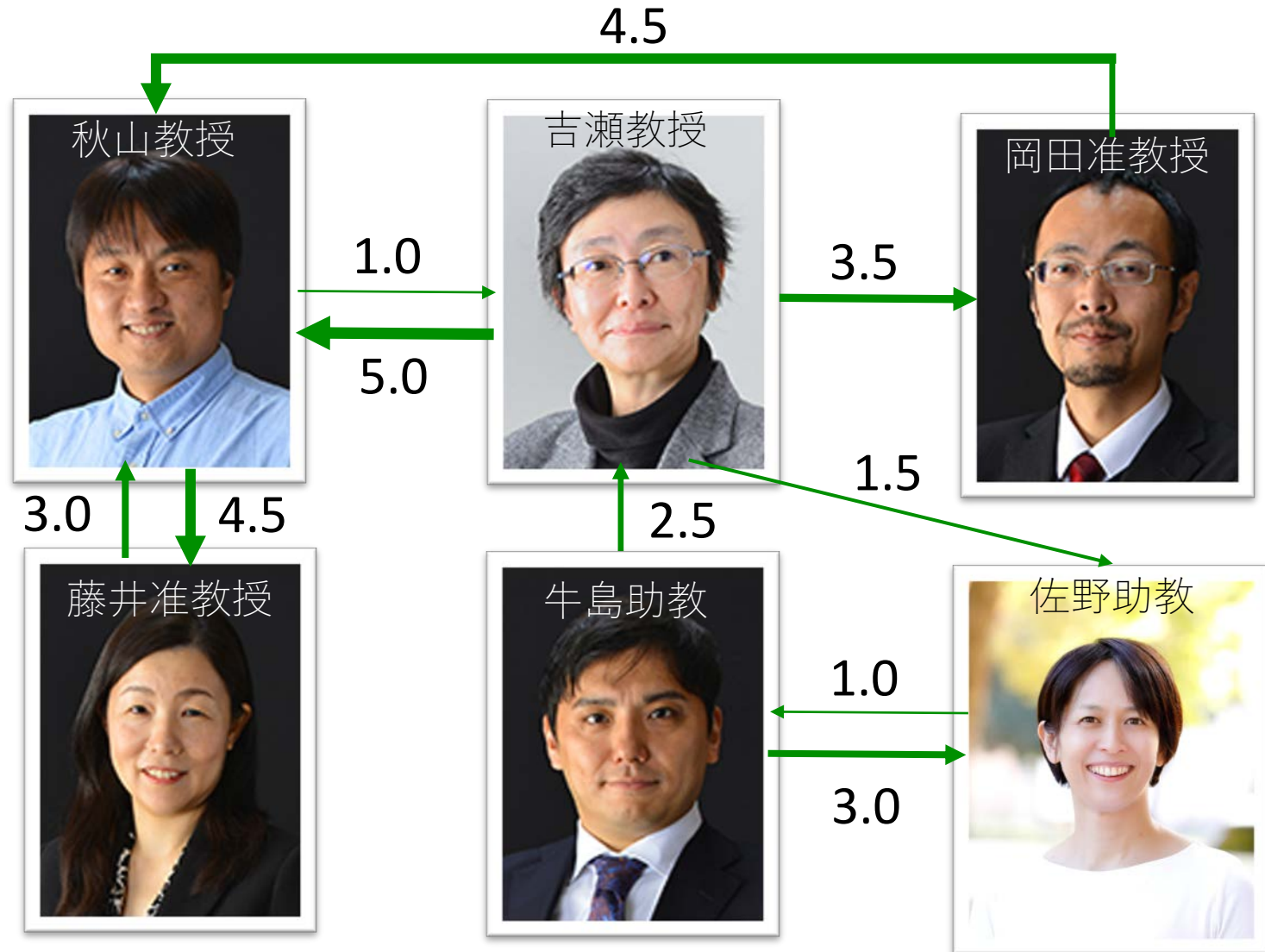
## 非对称行列

(対角成分を挟んで、  
上半分と下半分が異なる)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

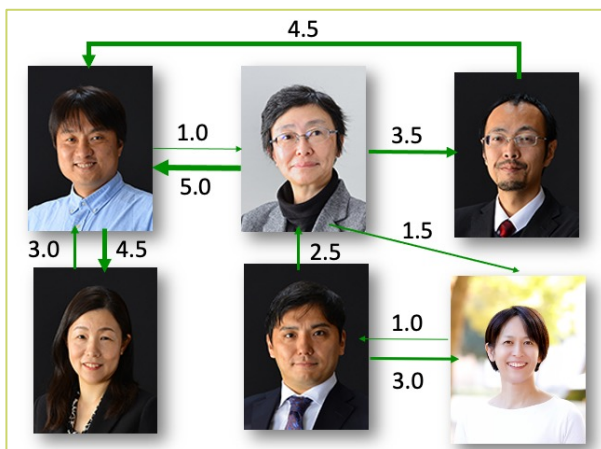


# さらに複雑な関係



矢印に向きと重みがあるネットワーク

# 関係を「行列」で表現



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0   | 1.0 | 0   | 4.5 | 0   | 0   |
| 5.0 | 0   | 3.5 | 0   | 0   | 1.5 |
| 4.5 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 3.0 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 0   | 2.5 | 0   | 0   | 0   | 3.0 |
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1.0 | 0   |

誰が一番人気者か？

$$5.0 + 4.5 + 3.0 = 12.5$$

が受ける矢印の合計: 12.5

が受ける矢印の合計: 3.5

が受ける矢印の合計: 3.5

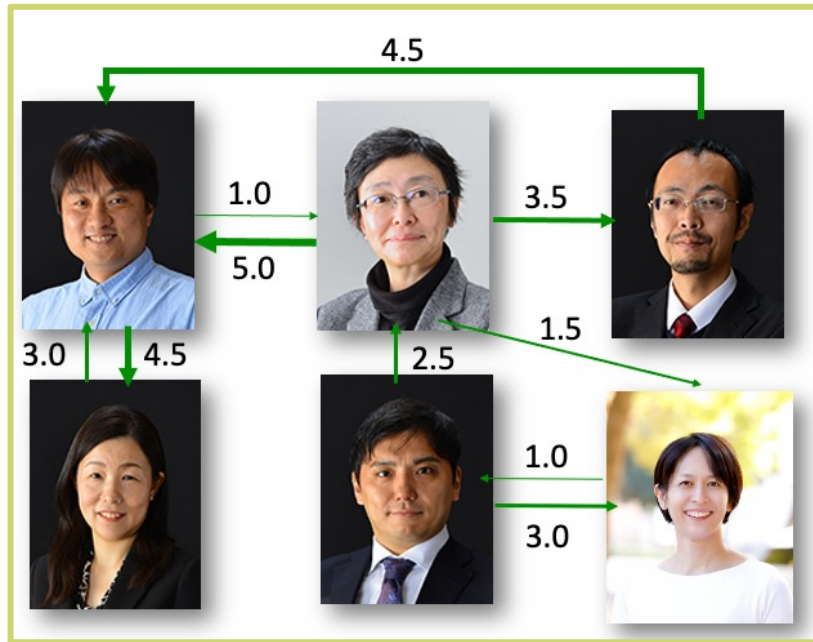
が受ける矢印の合計: 4.5

が受ける矢印の合計: 1.0

が受ける矢印の合計: 4.5

# つながりを表現する数学

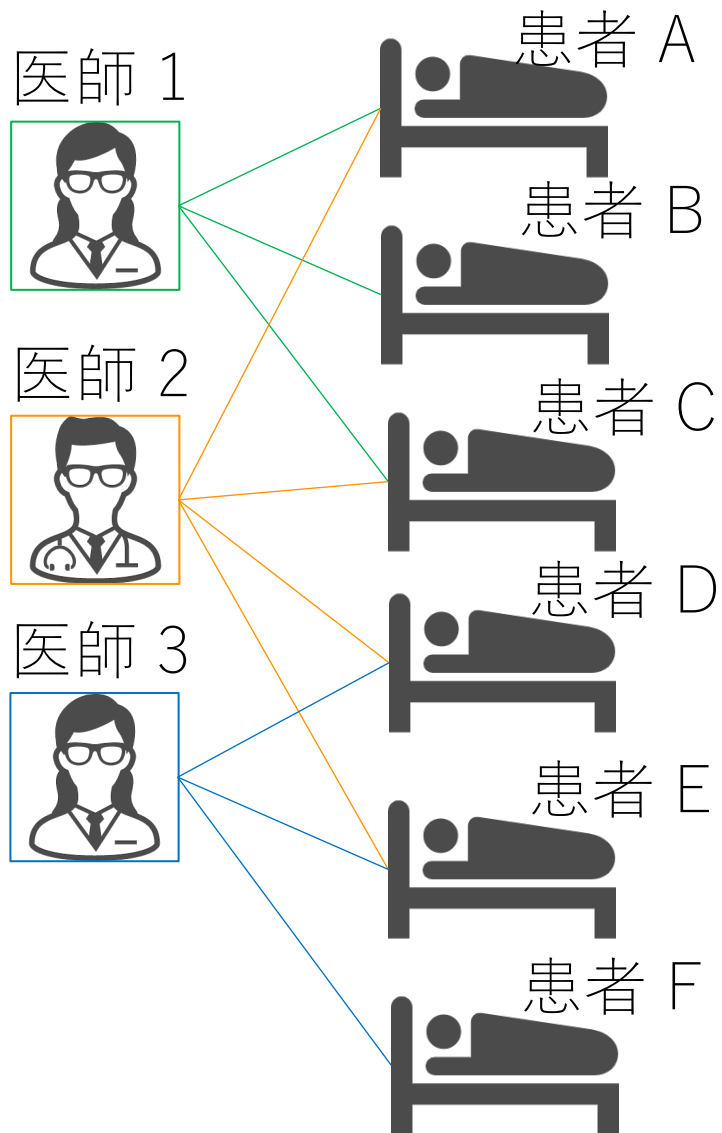
## • 線形代数 (大学で学習することができます)



$$\begin{bmatrix} 1 & 1.0 & 0 & 4.5 & 0 & 0 \\ 5.0 & 1 & 3.5 & 0 & 0 & 1.5 \\ 4.5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3.0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0 & 1 & 3.0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 1 \end{bmatrix}$$

線形代数は、ネットワークだけではなく、建築構造、電気回路、マーケティングの解析まで、幅広く使える強力な**数学の道具**です

# 応用例 医師と患者のネットワーク



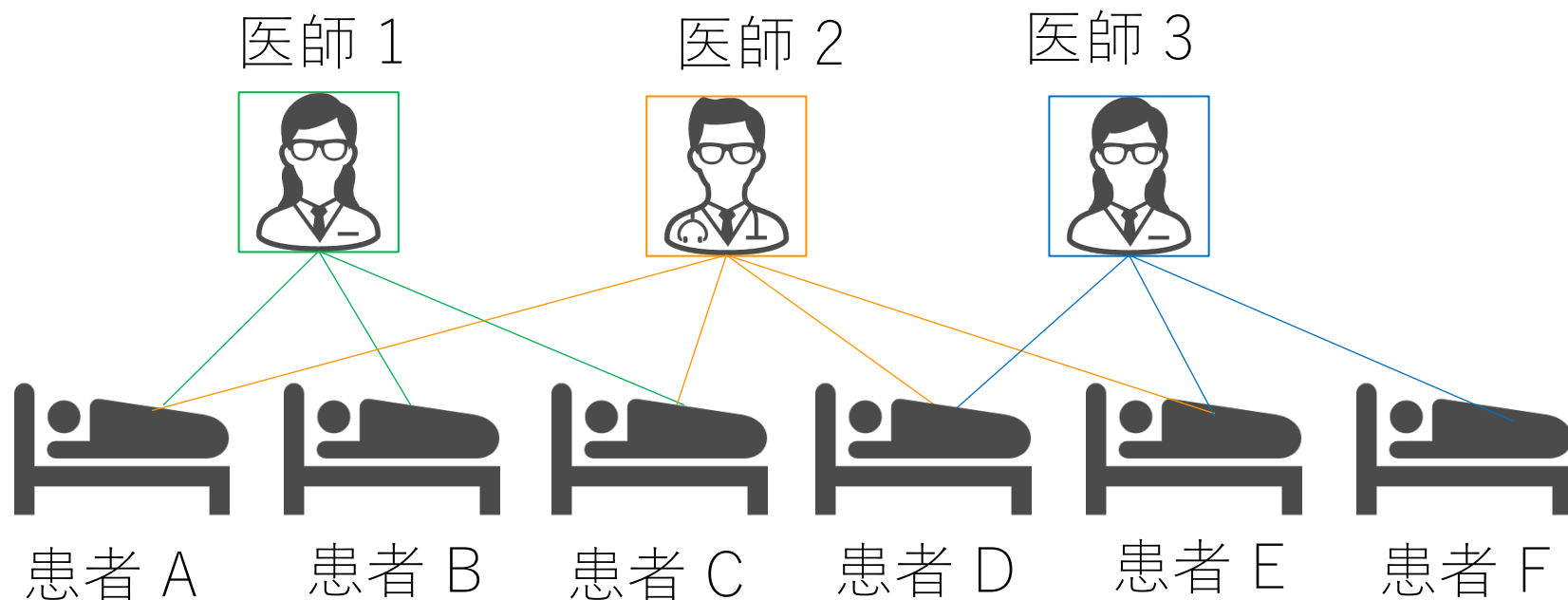
|         | 医師<br>1 | 医師<br>2 | 医師<br>3 |
|---------|---------|---------|---------|
| 患者<br>A | 1       | 1       | 0       |
| 患者<br>B | 1       | 0       | 0       |
| 患者<br>C | 1       | 1       | 0       |
| 患者<br>D | 0       | 1       | 1       |
| 患者<br>E | 0       | 1       | 1       |
| 患者<br>F | 0       | 0       | 1       |

6行3列の行列

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# 応用例 医師と患者のネットワーク



|     | 患者A | 患者B | 患者C | 患者D | 患者E | 患者F |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 医師1 | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   |
| 医師2 | 1   | 0   | 1   | 1   | 1   | 0   |
| 医師3 | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   |

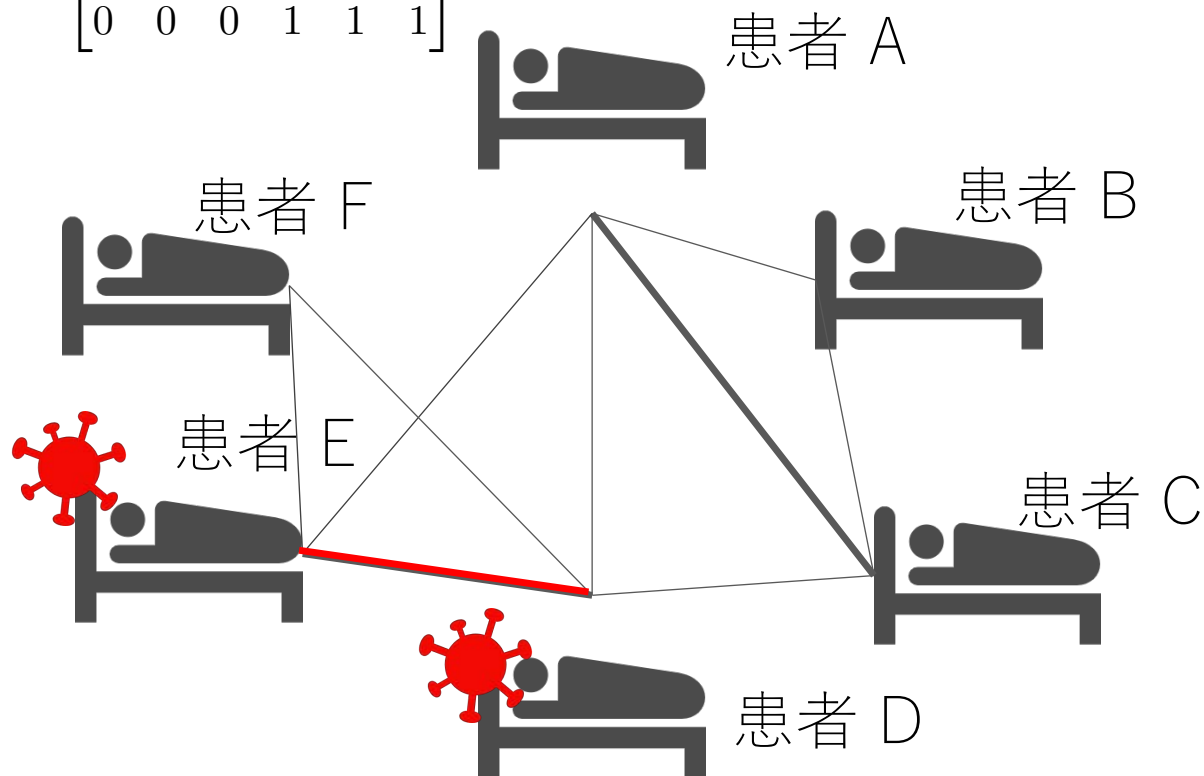
3行6列の行列  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  行と列を入れ替えた  
転置行列

# 応用例 医師と患者のネットワーク

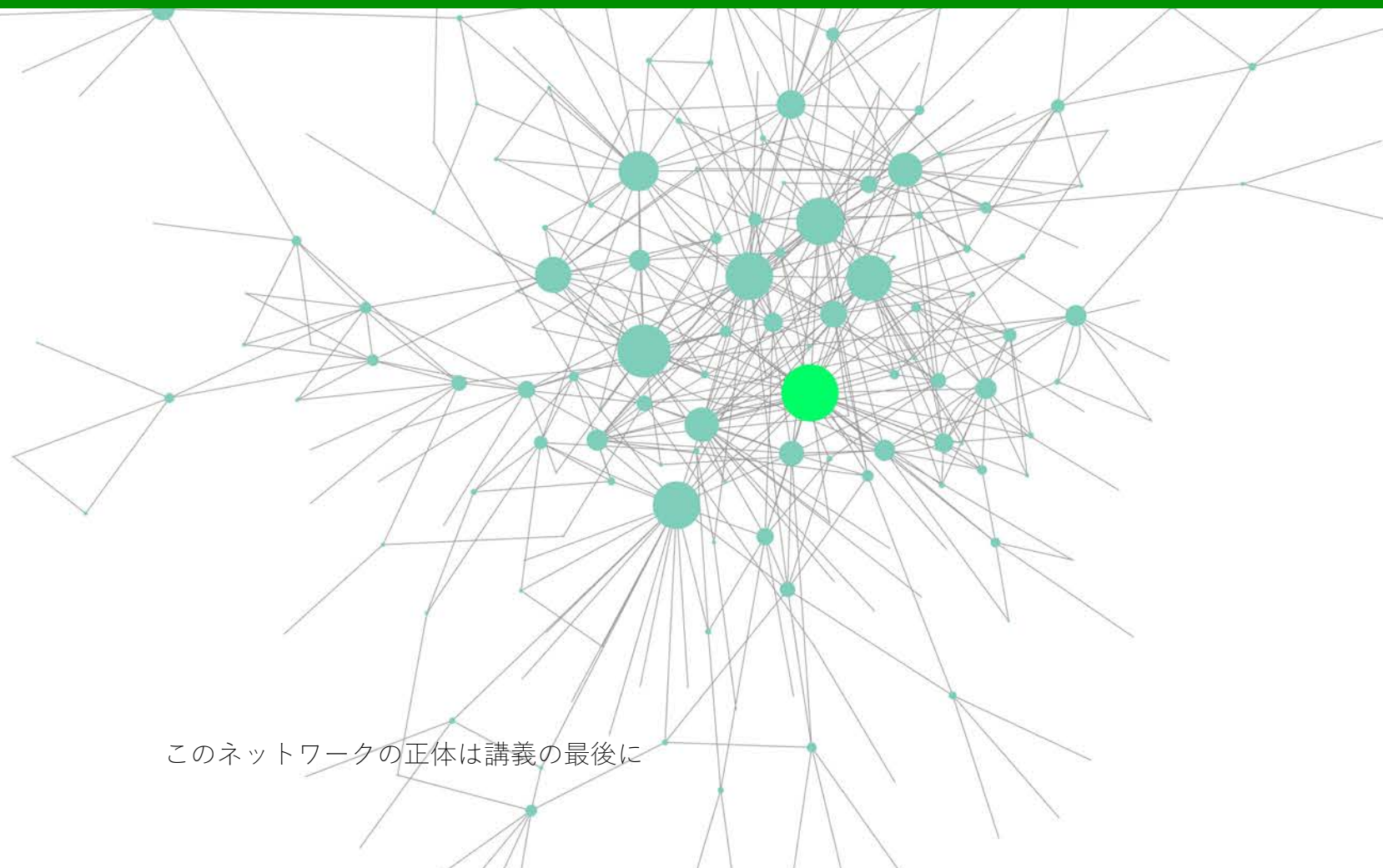
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2つの行列の積から、  
同じ医師が担当する  
患者ネットワークができる

例えば、  
患者Eが感染者だった  
場合、  
最もリスクの高い  
患者はだれか？



# さまざまなネットワークの紹介



このネットワークの正体は講義の最後に

# SNSにおける情報拡散

点：ユーザー

線：リツイート

デマ

発信元

真実

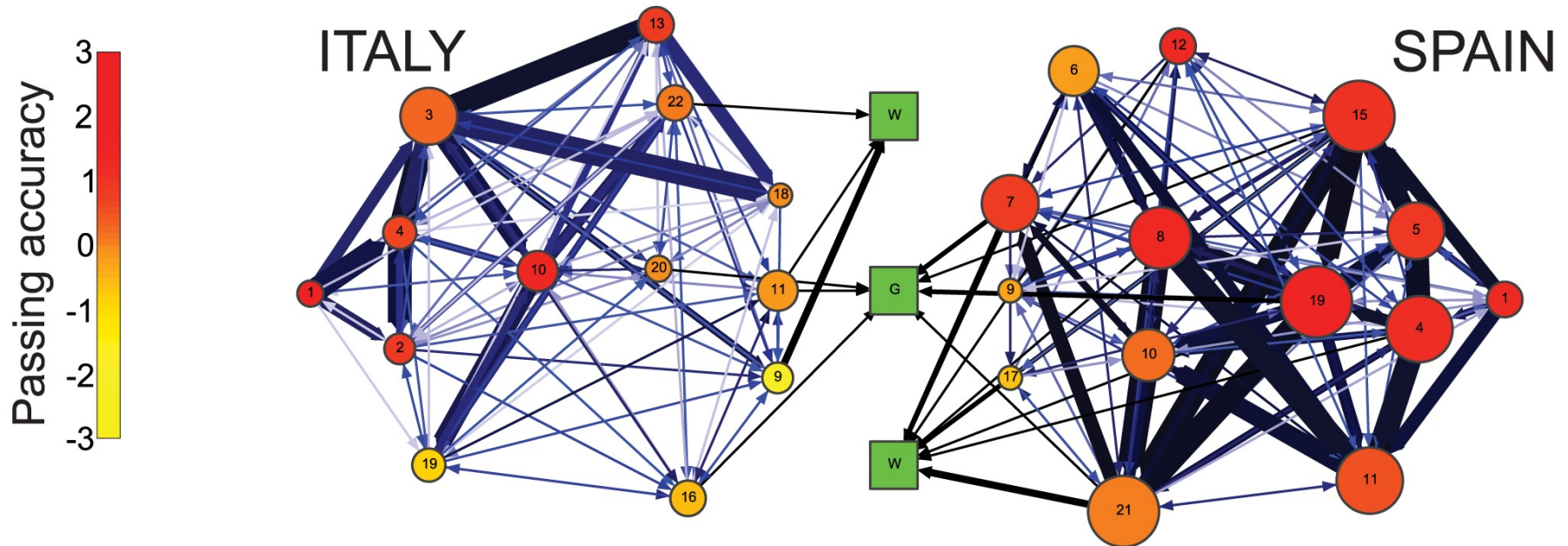
デマと真実では情報の広がり方が異なる



# サッカーのネットワーク

点：選手（大きさはパフォーマンスに比例）

線：ボールパス（太さは成功回数に比例）



強いチームのネットワーク構造とは？

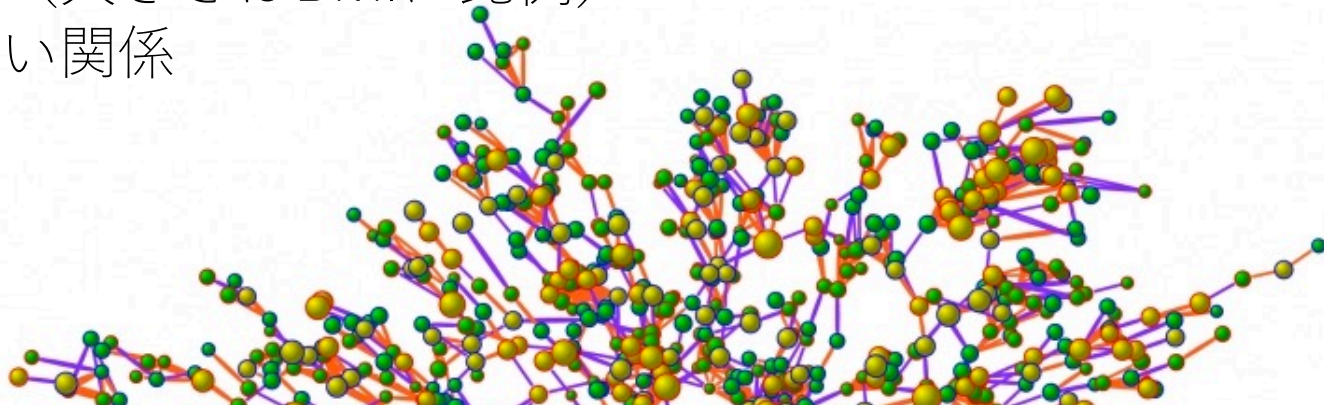
誰が重要な役割をしているのか？

→ 数値としてわかる

# 「肥満」の拡散ネットワーク

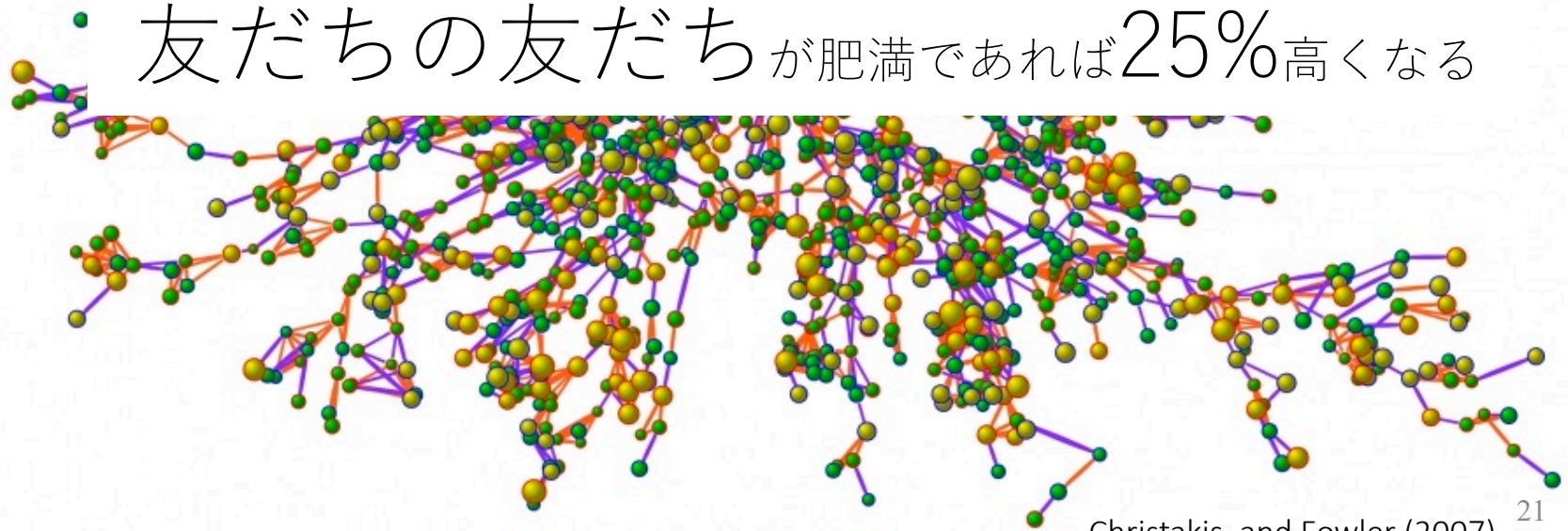
点：人物（大きさはBMIに比例）

線：親しい関係



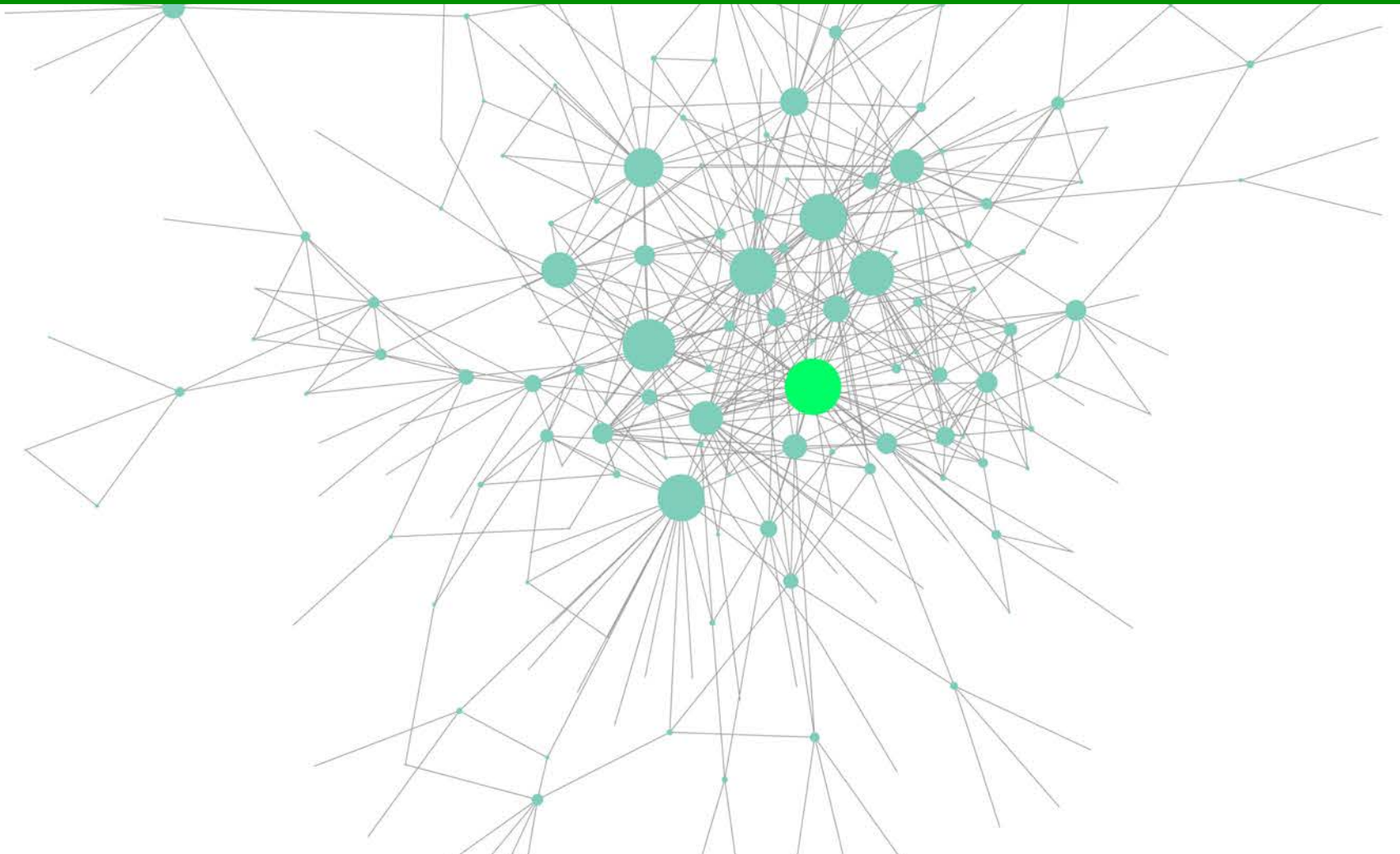
友だちが肥満であれば、自分の肥満危険性が45%

友だちの友だちが肥満であれば25%高くなる



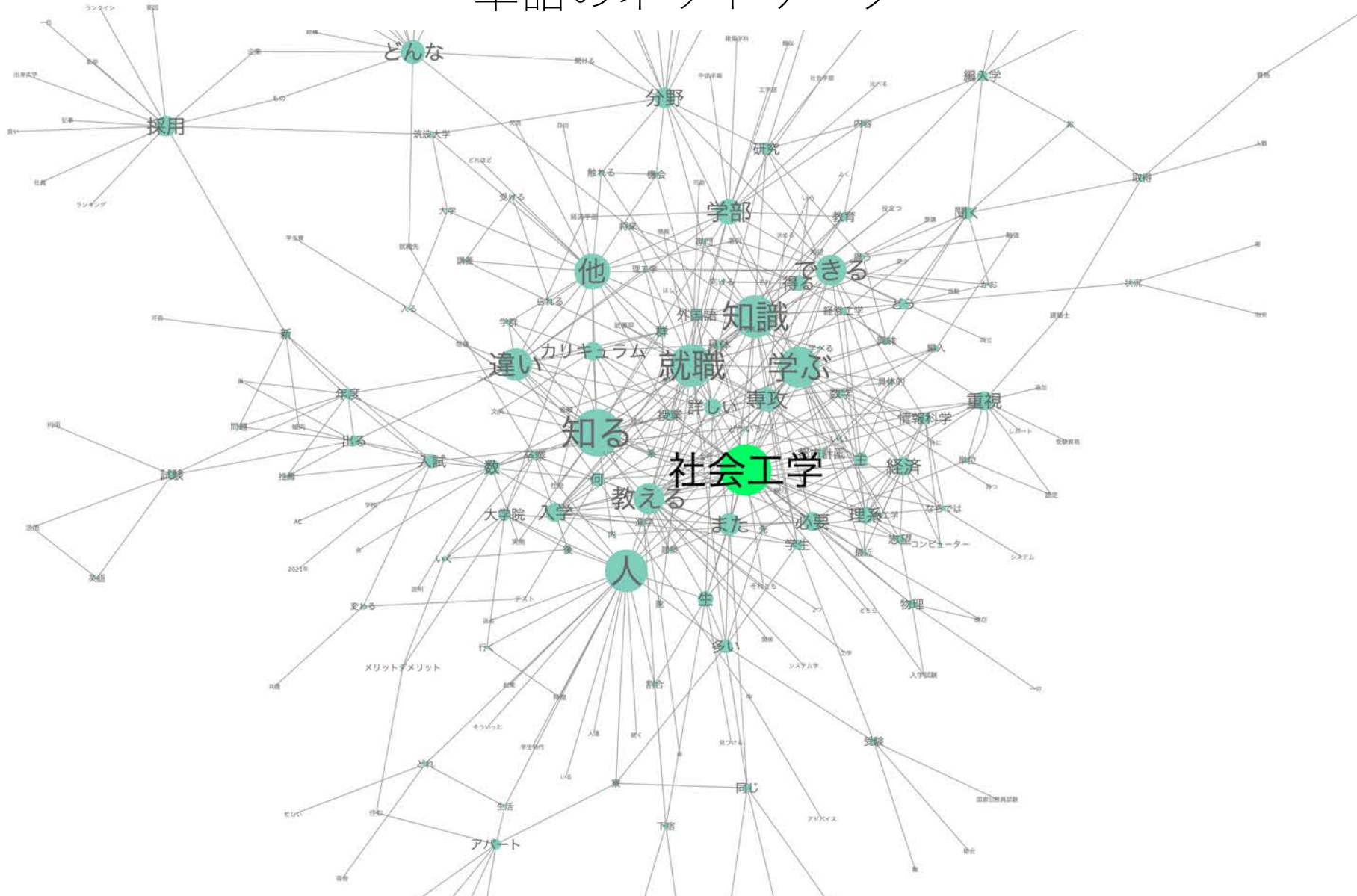
Answer

このネットワークの正体は？





2019年夏のオープンキャンパス時  
社会工学類のQAに寄せられた声で作った  
単語のネットワーク





# 社会経済システム主専攻の紹介

## 「人間の行動・思考」の理解

- ゲーム論、進化ゲーム論、心理学

阿武先生、澤先生  
秋山先生、上市先生  
ターンブル先生

## 「国内外の経済の動き」の理解

- ミクロ・マクロ経済学、計量経済学

原田先生、作道先生  
大久保先生、三崎先生  
折原先生、ズーン先生

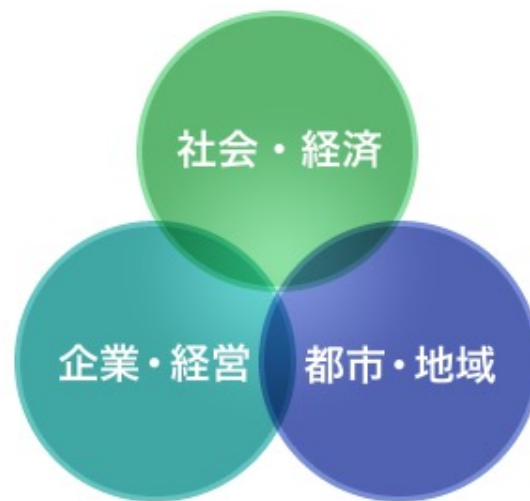
## 「複雑な社会現象」の理解

- 社会シミュレーション、大規模データ分析

秋山先生、佐野



つくばの社工は  
皆さんをお待ちしています！



人間行動の場を形成する3つの領域

# 参考文献

☆の論文は、どこからでも、取得して読むことができます。（オープンアクセス）  
★の論文は、筑波大学内から、取得して読むことができます。

- ネットワーク科学に関する包括的な書籍
  - Barabási, A.-L., *Network Science* (2016). [日本語訳「ネットワーク科学」共立出版]
- 「アナと雪の女王」の会話から構築したネットワーク分析の話
  - ☆ Holme, P., Porter, M. A., & Sayama, H. (2019). Who Is the most important character in Frozen? What networks can tell us about the world. *Frontiers for Young Minds*, 7.
- 数学者から社会学者が執筆した新たな「計算社会科学」分野の話
  - ★ Lazer, D., Pentland, A. S., Adamic, L., et al., (2009). Computational social science. *Science*, 323, 721–723.
- デマと真実情報では拡散のネットワーク構造が異なる話
  - ☆ Zhao, Z., Zhao, J., Sano, Y., Levy, O., et al., (2020). Fake news propagate differently from real news even at early stages of spreading. *EPJ Data Sci.*, 9, 7.
- サッカーのネットワークの話
  - ☆ Duch, J., Waitzman, J. S., & Amaral, L. A. N. (2010). Quantifying the performance of individual players in a team activity. *PLoS ONE*, 5(6), e10937.
- 「肥満が伝染する」という話
  - ☆ Christakis, N. A., & Fowler, J. H. (2007). The spread of obesity in a large social network over 32 years. *New England Journal of Medicine*, 357(4), 370–379.